

Aula 15

*TJ-SP (Escrevente Judiciário) Raciocínio
Lógico e Matemática - 2024 (Pós-Edital)*

Autor:
**Equipe Exatas Estratégia
Concursos**

30 de Maio de 2024



Índice

1) Equações de Primeiro Grau	3
2) Equações do Segundo Grau	10
3) Questões Comentadas - Equações de Primeiro Grau - Vunesp	28
4) Questões Comentadas - Equações de Segundo Grau - Vunesp	57
5) Lista de Questões - Equações de Primeiro Grau - Vunesp	80
6) Lista de Questões - Equações de Segundo Grau - Vunesp	88



EQUAÇÕES DE PRIMEIRO GRAU

Noções e Conceitos

Contextualização

Certas pessoas ficam assustadíssimas quando se deparam com termos tais como "equação", "incógnita" ou "raiz". Veremos que não precisamos ficar assim. Uma equação vai estabelecer **uma relação de igualdade entre duas expressões matemáticas**. Incógnita, por sua vez, é **uma quantidade que desconhecemos** mas que queremos descobrir o seu valor. Para começar a desbravar esse conteúdo, vamos verificar como é a cobrança?



(PREF. NITEROI/2018) Em uma gaveta A existem 43 processos e em uma gaveta B existem 27 processos. Para que as duas gavetas fiquem com o mesmo número de processos, devemos passar da gaveta A para a gaveta B:

- A) 18 processos;
- B) 16 processos;
- C) 12 processos;
- D) 8 processos;
- E) 6 processos.

Comentários:

Pessoal, **43 processos estão na gaveta A e 27 processos estão na B**. Imagine que vamos retirar x processos da gaveta A para colocar na B. A intenção aqui é fazer com que tenhamos o mesmo número de processos em cada gaveta.

Quando tiramos x processos da gaveta A, ela fica com **$(43 - x)$ processos**. Se colocarmos esses x processos na gaveta B, então a gaveta B ficará com **$(27 + x)$ processos**. Essas duas quantidades **devem ser iguais!** Assim,

$$43 - x = 27 + x \Rightarrow 2x = 16 \Rightarrow x = 8$$

Logo, devemos passar **8 processos** da gaveta A para a B.

Gabarito: LETRA D.

Na questão acima, nós montamos uma equação a partir da situação proposta: "quantidade na gaveta A" = "quantidade na gaveta B". **Em 99% das questões, teremos que fazer algo parecido**. O "x" é a nossa incógnita e determiná-lo é o objetivo de toda equação.



Equação de Primeiro Grau

Para dizer se uma determinada equação é do primeiro grau, basta **procurarmos pelo maior expoente** em alguma incógnita. Se o maior expoente for um, então a equação será de primeiro grau.

- $x + 1 = 3x - 4$ (Equação de Primeiro Grau)
- $2x = 2 - 6x$ (Equação de Primeiro Grau)
- $x^2 + 2 = x$ (Não é equação de primeiro grau)
- $x^3 - 2x = 1$ (Não é equação de primeiro grau)

Simples, né? No entanto, **mais interessante** do que apenas afirmar se uma equação é do primeiro grau ou não, **é saber resolvê-la**. Para isso, **devemos compreender algumas manipulações algébricas**. Nesse ponto da aula, os alunos que já dominam bem esse tipo de manipulação **podem pular a teoria inicial e resolver as questões propostas ao longo desse primeiro capítulo**.

A partir de agora, vou explicar passo a passo o que normalmente fazemos quando estamos querendo resolver uma equação de primeiro grau. Considere a simples equação:

$$x + 1 = 1$$

O que a expressão acima diz? Ora, ela está dizendo que você pegou um número " x ", **que não é conhecido**, e **somou o número "1"** (esse é o lado esquerdo). **O resultado dessa operação foi 1** (esse é o lado direito). Que número, nós vamos somar com " 1 " para dar " 1 "? Só pode ser o 0 !

$$x + 1 = 1$$

$$0 + 1 = 1$$

Na prática, resolveríamos da seguinte forma:

$$x + 1 = 1$$

$$x = 1 - 1$$

$$x = 0$$

Veja que "passamos" o " 1 " para o outro lado e **trocamos o seu sinal**. Na verdade, o que fizemos foi **adicionar " -1 " em ambos os lados da equação**.

$$\begin{array}{l} x + 1 = 1 \\ x + \cancel{1 - 1} = \cancel{1 - 1} \\ x = 0 \end{array}$$

Esse é um ponto importantíssimo de ser notado. **Quando adicionamos quantidade iguais em ambos os lados da equação, não alteramos a relação de igualdade**. Vamos pensar em algo prático para entender?

Imagine que você tem duas gavetas. Cada gaveta possui 20 processos. Se você retira 5 processos de cada gaveta, cada uma ficará com 15. Ou seja, o número de processos pode ter mudado, mas **a igualdade será mantida**. Se, depois de retirar os 5, você adiciona 100 processos em cada, cada uma das gavetas ficará com 115, **mantendo a igualdade**.



Tenho um exemplo ainda melhor! Imagine que uma equação funciona como uma balança. Ela precisa estar equilibrada dos dois lados. Se você tem 5 maçãs de um lado, você precisará ter 5 maçãs do outro. Assim, caso você decida retirar uma maçã de um dos lados, **também terá que retirar uma maçã do outro lado**, senão sua balança vai pender para um lado! É exatamente essa ideia que devemos ter aqui.

Galera, o que eu quero dizer é o seguinte: não importa o que você faz com a equação, **desde que você faça dos dois lados!** Se você multiplicar um lado por 2, deve multiplicar o outro lado por 2. Se você somar 10 de um lado, também deve somar 10 do outro. Dessa forma, mantemos, de fato, a relação de igualdade entre as expressões.

Quando passamos um número de um lado para o outro, no fundo, o que estamos fazendo é somar ou subtrair números dos dois lados da equação. Considere:

$$43 - x = 27 + x$$

Vamos tentar isolar o "x". Para isso, normalmente utilizamos o lado esquerdo. Logo, devemos "passar" o $+x$ que está do lado direito para o lado esquerdo. Esse movimento é equivalente a somar " $-x$ " em cada um dos lados. *Como assim, professor?* Acompanhe:

$$\begin{aligned} 43 - x - x &= 27 + x - x \\ 43 - 2x &= 27 + 0 \\ 43 - 2x &= 27 \end{aligned}$$

Perceba que o "x" ainda não está isolado. Precisamos "passar" o 43 para o outro lado. Essa "passagem" é o resultado de somar " -43 " em cada um dos lados.

$$\begin{aligned} -43 + 43 - 2x &= 27 - 43 \\ 0 - 2x &= -16 \\ -2x &= -16 \end{aligned}$$

Observe agora que o "x" finalmente está isolado. No entanto, **ele está com o sinal trocado**. Podemos multiplicar os dois lados da equação por (-1) a fim de mudar esse sinal.

$$\begin{aligned} -2x &= -16 \\ (-1) \cdot (-2x) &= (-1) \cdot (-16) \\ 2x &= 16 \end{aligned}$$

Ok! Estamos quase lá. **Queremos determinar "x" e não "2x"**. Na escola, nós aprendemos que, como o "2" está multiplicando o "x", ele passará dividindo o "16". No fundo, **nós estamos dividindo os dois lados da equação por "2"**.

$$\begin{aligned} 2x &= 16 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{16}{2} \\ x &= 8 \end{aligned}$$



Pronto, equação resolvida! A intenção aqui era passar para vocês **o que está por trás das manipulações que são feitas**. Veja que tudo se resume a fazermos operações iguais dos dois lados. Na prática, o que vemos são os famosos "passa para o outro lado trocando o sinal", "passa dividindo", etc. Vamos fazer alguns exemplos.



(PREF. RECIFE/2019) O chefe de uma seção passou a um de seus funcionários uma tarefa que consistia em ler, registrar e arquivar um determinado número de processos. O funcionário, depois de ter lido, registrado e arquivado um quarto do número total de processos, notou que se lesse, registrasse e arquivasse mais três processos, teria completado um terço da tarefa. O número total de processos que compõem a tarefa completa passada, ao funcionário, pelo chefe é de

- A) 36.
- B) 12.
- C) 24.
- D) 48.
- E) 60.

Comentários:

Vamos considerar que **o número de processos é n** . Se ele leu, registrou e arquivou **um quarto do total de processos**, então temos $\frac{n}{4}$ **processos** que já passaram por ele. Além disso, se repetir o procedimento para **mais 3 processos**, então terá completado **um terço da tarefa** $\left(\frac{n}{3}\right)$. Matematicamente,

$$\frac{n}{4} + 3 = \frac{n}{3} \Rightarrow \frac{n}{3} - \frac{n}{4} = 3 \Rightarrow \frac{n}{12} = 3 \Rightarrow n = 36$$

Logo, o número total de processos é 36.

Gabarito: LETRA A.

Sistema de Equações

Galera, o que acontece se ao invés de uma única quantidade desconhecida, tivermos duas? Ou três? É nessas horas que **vamos nos deparar com um sistema de equações**. Para entendermos melhor, tente me responder a seguinte pergunta: *quais são os dois números que somados dão quatro?* Você deve estar dizendo: "Ora, podem ser vários! **"1" e "3"** ou **"0" e "4"** ou **"1,5" e "2,5"**..."

Observe que vários números satisfazem minha pergunta. Para um resultado exato, eu preciso ser mais específico, **preciso dar mais uma informação**. Se adicionalmente eu falar: **um deles é o triplo do outro**. Dessa vez, tenho certeza que você me falará com convicção que os números que estou procurando são o "1" e o "3".



Para descobrir **duas quantidades**, eu precisei de **duas informações**. Matematicamente, as informações que eu forneci podem ser representadas como:

$$\begin{cases} x + y = 4 & (1) \\ x = 3y & (2) \end{cases}$$

Em um sistema, *teremos mais de uma incógnita*. Na situação em tela, representamos a incógnita adicional por "y". Poderia ser qualquer letra. Não há problema algum. Além disso, você poderá encontrar as equações numeradas. Essa numeração serve para **ajudar a referenciá-las em nosso texto**. Por exemplo, sempre que eu falar "equação (1)", você saberá de qual equação estou falando, sem precisar escrevê-la explicitamente.

Assim, **se há duas incógnitas, então você precisará de duas equações para determiná-las**. E se for três? Você precisará de três equações. *Ok, estou começando a entender, professor!* Opa, isso é bom, podemos prosseguir então. Finja que você não sabe que "1" e "3" formam a solução do sistema acima. Como faríamos para resolvê-lo?

O método mais simples para resolução de sistemas **é o da substituição**. Observe que podemos substituir o "x" da equação (2) na equação (1). Ficaria assim:

$$(3y) + y = 4 \Rightarrow 4y = 4 \Rightarrow y = 1$$

Veja como descobrimos rápido o y! Agora, podemos **substituí-lo em qualquer uma das equações** e achar x:

$$x = 3 \cdot 1 \Rightarrow x = 3$$

Esse foi um exemplo simples, vamos ver como pode vir na sua prova?



(PREF. SÃO ROQUE/2020) O valor de R\$ 180,00 foi dividido entre Carlos, Renato e Alessandra, de modo que Alessandra recebeu o dobro do valor recebido por Carlos, e Renato recebeu R\$ 51,00. Sendo assim, o valor que Alessandra recebeu, comparado ao valor recebido por Renato, é maior em

- A) R\$ 34,00.
- B) R\$ 35,00.
- C) R\$ 36,00.
- D) R\$ 37,00.
- E) R\$ 38,00.

Comentários:

Galera, **180 reais foram divididos para 3 pessoas**. Pelo que dá para perceber, essa divisão não foi igualitária. Vamos dizer que a quantia recebida por **Alessandra seja A**, a quantia recebida por **Carlos seja C** e a quantia recebida por **Renato seja R**. Assim,

$$A + C + R = 180$$



No entanto, a própria questão já nos informa quanto Renato recebeu, que foi **R\$ 51,00**. Logo,

$$\begin{aligned}A + C + 51 &= 180 \\A + C &= 129 \quad (1)\end{aligned}$$

Além disso, **Alessandra recebeu o dobro do valor de Carlos**.

$$A = 2C \quad (2)$$

(1) e (2) formam um sistema de duas equações e duas variáveis, podemos resolvê-lo. Nesse intuito, vamos **substituir (2) em (1)**.

$$2C + C = 129 \quad \Rightarrow \quad 3C = 129 \quad \Rightarrow \quad C = 43$$

Logo, **Carlos recebeu 43 reais** e **Alessandra** recebeu o dobro, **86 reais**. Quando comparamos o valor recebido por Alessandra (86 reais) e o valor recebido por Renato (51 reais), vemos que **Alessandra ficou com 35 reais a mais**.

Gabarito: LETRA B.

Agora que temos uma noção geral sobre sistemas de equações, vamos focar em como resolvê-los.

Considere o seguinte sistema: $\begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 4 \end{cases}$. Determine x e y.

Pessoal, temos **duas equações e duas incógnitas**. É exatamente essa situação que queremos.

$$\begin{cases} x + y = 10 & (1) \\ x - y = 4 & (2) \end{cases}$$

No método da substituição, **isolamos uma das variáveis e a substituímos na outra equação**. Esse método possui um nome bastante intuitivo, não é verdade? Por exemplo, podemos isolar o x na equação (2) acima.

$$x = 4 + y$$

Agora que sabemos quem é **x em função do y**, podemos substituir sua expressão na equação (1).

$$(4 + y) + y = 10 \quad \Rightarrow \quad 4 + 2y = 10 \quad \Rightarrow \quad 2y = 10 - 4 \quad \Rightarrow \quad 2y = 6 \quad \Rightarrow \quad y = 3$$

Encontramos o valor de y! Agora, para determinar x, **basta substituir y em qualquer uma das equações**.

$$x + y = 10 \quad \Rightarrow \quad x + 3 = 10 \quad \Rightarrow \quad x = 10 - 3 \quad \Rightarrow \quad x = 7$$

Existem alguns outros métodos de resolução de sistemas que serão vistos na aula própria de Sistemas Lineares. Lá, vamos envolver **matrizes e determinantes** no nosso estudo. Nesse momento, o método da substituição é mais do que **suficiente para resolvermos as questões e gabaritar a prova**.





(VALIPREV/2020) Determinado número de pastas precisa ser colocado em caixas, de modo que cada caixa fique com o mesmo número de pastas. O funcionário responsável pelo serviço percebeu que era possível colocar 20 pastas em cada uma das caixas disponíveis, e que, dessa forma, não ficaria pasta alguma de fora. Porém, como 3 das caixas disponíveis foram utilizadas para outro serviço, então, foram colocadas 25 pastas, em cada uma das caixas restantes, e, dessa forma, também, nenhuma pasta ficou fora das caixas. O número total de pastas era

- A) 300.
- B) 280.
- C) 250.
- D) 230.
- E) 200.

Comentários:

Vamos lá, temos uma determinada quantidade de pastas e uma determinada quantidade de caixas. Não sabemos nenhuma das duas. **São valores que iremos descobrir.** Para isso, devemos associar uma letra para cada uma dessas quantidades. Façamos **P a quantidade de pastas** e **C a quantidade de caixas**. O funcionário responsável diz que é possível colocar **20 pastas em cada uma das C caixas, sem deixar nenhuma de fora.** Dessa forma, o total de pastas é dado por

$$20C = P \quad (1)$$

Acontece que o funcionário não tem as C caixas que estava pensando, pois **3 estão sendo usadas em outro serviço.** Assim, **sobram apenas (C - 3) caixas para distribuir as P pastas.** Nessa nova situação, o funcionário faz uma outra análise e percebe que consegue colocar **25 pastas em cada uma das caixas**, sem deixar pasta de fora. Matematicamente,

$$25(C - 3) = P \quad (2)$$

Temos **duas equações e duas incógnitas.** Para resolver esse sistema, podemos substituir (1) em (2):

$$25(C - 3) = 20C \Rightarrow 25C - 75 = 20C \Rightarrow 5C = 75 \Rightarrow C = 15$$

Veja que **temos 15 caixas.** Dessa forma, ao substituir esse valor em (1), temos $20 \cdot 15 = 300$ pastas.

Gabarito: LETRA A.



EQUAÇÕES DE SEGUNDO GRAU

Noções e Conceitos

As equações de segundo grau vão ser aquelas em que o **expoente máximo** que encontraremos em uma incógnita **será o 2**. Vejamos alguns exemplos:

- $x^2 + 2x + 1 = 0$
- $x^2 - 5x + 3 = 0$
- $x^2 - x - 1 = 0$
- $x^2 + 5x + 6 = 0$

Todas as equações acima são equações de segundo grau. Basta identificar o maior expoente e pronto! Ressalto, no entanto, que algumas equações de segundo grau podem vir disfarçadas.

- $(x - 2)(x - 1) = 0 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$
- $x(x - 3) = 0 \Rightarrow x^2 - 3x = 0$
- $(x + 1)(x + 4) = 0 \Rightarrow x^2 + 5x + 4 = 0$

Observe que as equações acima foram escritas na forma de um **produto de dois termos**. Como ambos os termos possuem a incógnita x , quando aplicamos a propriedade distributiva da multiplicação, acabamos encontrando uma equação do segundo grau.

Formalmente, dizemos que uma equação de segundo grau é qualquer equação de forma $ax^2 + bx + c = 0$, em que a , b e c são os coeficientes da equação. Para que tenhamos realmente um termo com o x^2 , o coeficiente **a não pode ser igual a zero ($a \neq 0$)**. Até aqui eu gostaria que vocês tenham aprendido a identificar uma equação de segundo grau.

Equações de 2º Grau

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$$

São Eq. de 2º Grau	NÃO São Eq. de 2º Grau
$x^2 + 2x - 1 = 0$	$x + 1 = 0$
$7x^2 - 9 = 0$	$x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$
$3x^2 - 3x + 10 = 0$	$x^5 + 3 = 0$
$-x^2 + 5x = 0$	$-x^4 + 2x^3 + x^2 + 1 = 0$
$-2x^2 + x + 1 = 0$	$2x - 1 = x^3$

Agora que sabemos reconhecê-la, vamos aprender a determinar seus coeficientes. Isso será de extrema importância, pois olhando apenas para os coeficientes de uma equação de segundo grau, poderemos dizer muita coisa sobre ela.



Os coeficientes de uma equação de segundo são três: o coeficiente dominante ou principal ("a"), o coeficiente secundário ("b") e o coeficiente independente ("c"). Para determiná-los, basta **compararmos a equação com a forma que acabamos de ver: $ax^2 + bx + c = 0$** .



EXEMPLIFICANDO

1) $x^2 + 3x + 1 = 0$

Quando comparamos a equação acima com $ax^2 + bx + c = 0$, retiramos que:
$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ c = 1 \end{cases}$$

2) $-x^2 + 5x - 2 = 0$

Basta comparamos a equação acima com $ax^2 + bx + c = 0$, retiramos que:
$$\begin{cases} a = -1 \\ b = 5 \\ c = -2 \end{cases}$$

3) $5x^2 - 25 = 0$

Comparando com $ax^2 + bx + c = 0$, temos que:
$$\begin{cases} a = 5 \\ b = 0 \\ c = -25 \end{cases}$$

4) $2x^2 - x = 0$

Comparando com $ax^2 + bx + c = 0$, temos que:
$$\begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \\ c = 0 \end{cases}$$

Note que **podemos ter "b" ou "c" iguais a zero**. No entanto, **tal fato não é verdade para o coeficiente "a"**. Se fosse, a equação não seria de segundo grau, pois, na prática, não teríamos o termo ax^2 . Ok! Até agora sabemos identificar uma equação de segundo grau e dizer seus coeficientes. O próximo passo que daremos será em como resolvê-la.

Fórmula de Bhaskara

Moçada, imagine que temos que resolver a seguinte equação: $x^2 - 2x + 1 = 0$. O que você faz? Na equação de primeiro grau, nós isolávamos o x e rapidamente conseguíamos obter um valor para a incógnita. Se você tentar a mesma coisa aqui, vai ser um pouco frustrante, pois **não conseguiremos isolar o x da mesma maneira que fizemos anteriormente**.



É pensando em como determinar a incógnita de uma equação de segundo grau, que surgiu a Fórmula de Bhaskara. Sei que em algum momento da vida vocês já se depararam com ela e devem ter se perguntado o porquê dessa danada existir. É apenas uma maneira de **encontrar de x em uma equação de segundo grau**.

Professor, e isso é importante para alguma coisa, por que alguém faz tanta questão em descobrir esse x?

Galera, quando estamos estudando apenas o método de resolução, realmente fica muito difícil enxergar como isso é útil. Peço um pouco de paciência, já que uma contextualização mais formalizada será vista apenas na aula de Funções de Segundo Grau. Aqui, formaremos uma boa base para aproveitar essa aula ao máximo.

Ok, professor! Você está falando muito, mas vamos ao que interessa: se eu não consigo isolar o x da maneira que aprendemos na equação de primeiro grau, como farei agora?

Agora, nós aplicamos a fórmula de Bhaskara!

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Caramba, professor! Que loucura!

Calma! Garanto que é mais fácil do que parece! Repare no que está dentro da raiz quadrada. Essa expressão é bastante especial e ganha um nome próprio. Nós **a chamamos de discriminante, o famoso "delta"**.

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Podemos, portanto, reescrever a fórmula de Bhaskara assim:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Você deve estar se perguntando sobre esse sinal de "mais ou menos": $\pm$. Ele indica que vamos ter duas raízes. *Como assim? Agora estamos falando das partes de uma planta?* Nada disso, moçada! Nós chamamos de raízes, os valores de x que satisfazem a equação.

Lembre-se que **na equação de primeiro grau, nós encontramos um único valor para x. Na equação de segundo grau, teremos dois valores que tornarão a igualdade validade**. Por sua vez, a equação de terceiro grau terá três. Logo, para descobrir quantas raízes uma equação tem, basta olharmos para seu grau.

Vamos exemplificar. Considere a equação $x^2 - 5x + 6 = 0$.



Tente usar $x = 3$.

$$3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 9 - 15 + 6 = -6 + 6 = 0$$

Veja que a equação bateu! Agora, tente usar $x = 2$.

$$2^2 - 5 \cdot 2 + 6 = 4 - 10 + 6 = -6 + 6 = 0$$

Opa, veja que bateu de novo! Dois valores que satisfazem a equação! **Esses dois valores são as suas raízes!** Em uma equação de segundo grau só vão existir duas delas! Guarde isso. Veja que já dei as raízes da equação. Imagine, no entanto, que a gente não soubesse. O primeiro passo **é extrair os coeficientes da equação**.

$$\text{Se } x^2 - 5x + 6 = 0, \text{ então } \begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \\ c = 6 \end{cases}.$$

Uma vez que temos os coeficientes, vamos calcular o discriminante e, logo após, as raízes.

- Cálculo do Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 \rightarrow \Delta = 25 - 24 \rightarrow \Delta = 1$$

- Cálculo das Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} \rightarrow x = \frac{5 \pm 1}{2}$$

Pessoal, agora fazemos duas contas. Na primeira, **nós considerando o sinal de menos**. Já na segunda, **o sinal de mais**. O primeiro resultado nós chamaremos de x_1 e o segundo, x_2 . Serão as duas raízes.

$$x_1 = \frac{5 - 1}{2} \rightarrow x_1 = \frac{4}{2} \rightarrow x_1 = 2$$

$$x_2 = \frac{5 + 1}{2} \rightarrow x_2 = \frac{6}{2} \rightarrow x_2 = 3$$

Observe que obtivemos exatamente as duas raízes que falamos inicialmente. *E no concurso, como é?*



(SABESP/2019) Definem-se Números Amigos Quadráticos como sendo dois números tais que a soma dos algarismos do quadrado de um deles é igual ao outro e vice-versa. Considerando-se a maior solução da equação $2x^2 - 25x - 13 = 0$, seu número amigo quadrático será

- A) 16
- B) 15
- C) 13
- D) 17
- E) 19

Comentários:

Antes de falarmos de Números Amigos Quadráticos, vamos resolver a equação de segundo de grau?

$$2x^2 - 25x - 13 = 0$$

Os coeficientes que vamos usar na **Fórmula de Bhaskara** são: $\begin{cases} a = 2 \\ b = -25 \\ c = -13 \end{cases}$

Cálculo do Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-25)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-13) \Rightarrow \Delta = 625 + 104 \Rightarrow \Delta = 729$$

Cálculo das Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-(-25) \pm \sqrt{729}}{2 \cdot 2} \Rightarrow x = \frac{25 \pm 27}{4} \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{2} \text{ e } x_2 = 13$$

Agora que encontramos as raízes, vamos pegar a maior dela ($x_2 = 13$) e achar seu amigo quadrático. De acordo com o enunciado, amigos quadráticos são dois números tais que **a soma dos algarismos do quadrado de um deles é igual** ao outro e vice-versa.

Para encontrá-lo, devemos nos perguntar: **qual é a soma dos algarismos do quadrado de 13?** Ora, o quadrado de 13 é 169. A soma dos algarismos de 169 é $1+6+9=16$. Observe que o quadrado de 16 é 256, a soma dos algarismos de 256 é $2+5+6=13$. Logo, **13 e 16 são números amigos quadráticos**.

Gabarito: LETRA A.



Fórmula de Bhaskara

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



Professor, não quero decorar, quero aprender a **deduzir a fórmula na hora da prova**! Ok! Não é uma tarefa impossível, mas **talvez lhe custe preciosos minutos**. Quem preferir, pode pular o quadro abaixo!



Pessoal, para demonstrarmos a fórmula de Bhaskara, você deve lembrar que:

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

Nosso objetivo será transformar a equação $ax^2 + bx + c = 0$ em um quadrado. Chamamos esse método de “completar quadrados”. Será uma maneira de isolar o “x”. Ok! Vamos nessa.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Dividindo os dois lados por “a”

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Adicionando $\frac{b^2}{4a^2}$ em cada um dos lados.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = \frac{b^2}{4a^2}$$

Passando $\frac{c}{a}$ para o outro lado.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

Por que fizemos isso tudo? Qual o motivo de adicionar $\frac{b^2}{4a^2}$ e passar o $\frac{c}{a}$ para o outro lado? Pois agora temos um quadrado do lado esquerdo da nossa equação!

Comparando com $A^2 + 2AB + B^2$, temos que $A = x$ e $B = \frac{b}{2a}$. Conseguiu visualizar? Como $A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$, então

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$



Olha as coisas melhorando! Vamos ajeitar o lado direito agora.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{4ac}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Tirando a raiz quadrada dos dois lados da equação.

$$\sqrt{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2} = \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right) = \frac{\pm\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Pronto, moçada! Essa é a nossa fórmula de Bhaskara. Note que o sinal de “mais ou menos” aparece quando tiramos as raízes. Estudamos um pouco isso na nossa aula de exponenciação e radiciação.

Qualquer dúvida, você pode dar uma olhadinha nela! Ressalto que é interessante entender como chegamos à fórmula. No entanto, para fins de prova, sua aplicação direta é suficiente.



(PREF. SÃO LUÍS/2017) Se X_1 e X_2 , em que $X_1 < X_2$, são as raízes positivas da equação $x^2 - 164x^2 + 6400 = 0$, então a diferença $X_2 - X_1$ é igual a:

- A) 2.
- B) 1.
- C) 36.
- D) 18.
- E) 4.



Comentários:

Temos uma equação de segundo grau. Para encontrar as raízes, devemos usar a **fórmula de Bhaskara**.

$$x^2 - 164x + 6400 = 0$$

1) Cálculo do Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 164^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6400 \Rightarrow \Delta = 26.896 - 25600 \Rightarrow \Delta = 1296$$

2) Cálculo das Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{-(-164) \pm \sqrt{1296}}{2} \rightarrow$$

$$x = \frac{164 \pm 36}{2} \rightarrow x_1 = 64 \text{ e } x_2 = 100$$

Sendo assim, a diferença entre as raízes da equação é:

$$x_2 - x_1 = 100 - 64 = 36$$

Gabarito: LETRA C

Análise do Discriminante

Agora que sabemos o que é a equação de segundo grau, os seus coeficientes e como resolvê-la, podemos dar mais um passo. O nosso famoso "delta" (ou discriminante) **traz consigo algumas informações relevantes**. Lembra que eu falei que uma equação tem duas raízes? Vou detalhar melhor isso. Olhe bem para a fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Na aula de Potenciação e Radiciação, nós falamos **que não existe, nos conjuntos dos reais, a raiz quadrada de um número negativo**. Quanto vale $\sqrt{-1}$? Ou $\sqrt{-25}$? Existem, mas não são números reais! São números complexos. Dito isso, quando temos um "delta" negativo em uma equação de segundo grau, o que vamos fazer, já que precisaremos tirar a raiz?

Galera, **quando o delta é negativo, dizemos que não existem soluções reais**. O que vão existir são duas soluções complexas! As questões cobram muito isso! É errado apenas dizer que quando o delta é negativo, não existe solução. Não existe solução no conjunto dos REAIS!! E quando o delta for zero? O que acontece?



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} \rightarrow x = \frac{-b}{2a}$$

Quando o discriminante for nulo, percebemos que vamos ter apenas uma solução e ela será igual a $-b/2a$.

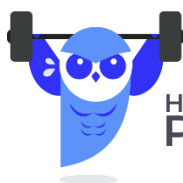
Mas professor... o senhor falou que a equação de segundo grau tem duas raízes. Pelo que percebi, quando o delta for zero, vamos encontrar apenas uma, é isso mesmo?

Esse pensamento está certo em partes. Teoricamente, **a equação continua com duas raízes, porém, elas são iguais**. Alguns autores podem até dizer que, em virtude disso, é apenas uma. **Ressalto que, rigorosamente, são duas raízes iguais.**



ESQUEMATIZANDO

Discriminante	Consequência
$\Delta > 0$	Duas soluções reais distintas
$\Delta = 0$	Duas soluções reais iguais
$\Delta < 0$	Sem solução nos reais.



HORA DE
PRATICAR!

(PREF. SJC/2019) No conjunto dos números reais, a equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, tem:

- A) somente uma raiz se $b^2 - 4ac = 0$
- B) duas raízes iguais se $b^2 - 4ac = 0$
- C) somente uma raiz se $b^2 - 4ac > 0$
- D) duas raízes distintas se $b^2 - 4ac < 0$
- E) somente uma raiz se $b^2 - 4ac < 0$

Comentários:

Sempre que a questão falar de número de raízes de uma equação de segundo grau, deveremos olhar o discriminante. Lembre-se do seguinte:

- 1) Se o discriminante $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, então a equação terá **duas raízes reais distintas**.
- 2) Se o discriminante $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, então a equação terá **duas raízes reais idênticas**.
- 3) Se o discriminante $\Delta = b^2 - 4ac < 0$, então a equação **não** terá raízes reais.

Dessa forma, a única alternativa que **se encaixa nessas observações é a letra B**.

Gabarito: LETRA B.



Forma de Representação Alternativa

Como conversamos no início desse capítulo, a equação de segundo grau pode vir na forma de um produto. Por exemplo,

- $(x - 1) \cdot (x + 1) = 0$
- $x \cdot (x - 5) = 0$
- $(x - 10) \cdot (x + 7) = 0$
- $x \cdot (x - 1) = 0$

Quando aplicamos a propriedade distributiva ou o famoso "chuveirinho", vamos chegar exatamente na mesma forma que estamos habituados.

- | | | |
|--------------------------------|---|---------------------|
| ○ $(x - 1) \cdot (x + 1) = 0$ | → | $x^2 - 1 = 0$ |
| ○ $x \cdot (x - 5) = 0$ | → | $x^2 - 5x = 0$ |
| ○ $(x - 10) \cdot (x + 7) = 0$ | → | $x^2 - 3x - 70 = 0$ |
| ○ $x \cdot (x - 1) = 0$ | → | $x^2 - x = 0$ |

Dito isso, quero revelar para vocês que quando tivermos uma equação de segundo grau na forma de produto de dois termos, **é muito mais fácil encontrar suas raízes**. Moçada, se temos o produto de dois termos que está dando zero, então um dos dois deve ser zero!

Na equação $(x - 1) \cdot (x + 1) = 0$, use $x = 1$.

$$(1 - 1) \cdot (1 + 1) = 0 \cdot 2 = 0$$

Observe que a equação foi satisfeita, indicando que $x = 1$ é uma raiz. Agora, faça $x = -1$

$$(-1 - 1) \cdot (-1 + 1) = (-2) \cdot 0 = 0$$

Logo, $x = -1$ é também uma raiz. **Basta igualarmos cada um dos termos a zero para obter as raízes.**

Considere a próxima equação: $x \cdot (x - 5) = 0$. Então,

$$x = 0 \text{ ou } x - 5 = 0 \rightarrow x_1 = 0 \text{ e } x_2 = 5$$

Considere que $(x - 10) \cdot (x + 7) = 0$. Então,

$$x - 10 = 0 \text{ ou } x + 7 = 0 \rightarrow x_1 = 10 \text{ e } x = -7$$

Logo, as raízes de $(x - 10) \cdot (x + 7) = 0$ são 10 e -7 .





(CODESP-SP/2010) A soma das raízes da equação $(2x + 7)(x - 8) = 0$ é

- A) -15.
- B) -1.
- C) 4,5.
- D) 2.
- E) 7,5.

Comentários:

Nem precisamos aplicar a propriedade distributiva e encontrar a equação de segundo grau. Temos o produto de dois termos, essa expressão **será 0 quando qualquer um dos termos da multiplicação for 0**. Assim,

$$2x + 7 = 0 \Rightarrow x = -\frac{7}{2} \Rightarrow x = -3,5$$

Analogamente,

$$x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8$$

Logo, **as raízes** da expressão são $x_1 = -3,5$ e $x_2 = 8$. O enunciado pede **a soma dessas raízes**.

$$x_1 + x_2 = -3,5 + 8 \Rightarrow x_1 + x_2 = 4,5$$

Gabarito: LETRA C.

Relações de Girard

Para finalizar nosso estudo de equações de segundo grau, é bastante relevante comentarmos um pouco sobre as Relações de Girard. Essas relações fornecem duas informações: a soma e o produto das raízes sem que seja necessário calculá-las. *E como vamos fazer isso, professor??* **Nós utilizaremos os coeficientes da equação!**

Considere uma equação de segundo grau na forma $ax^2 + bx + c = 0$. Então,

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad e \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$



Isso mesmo, moçada! **Soma e produto de raízes apenas em função dos coeficientes!** Imagine que você quer resolver a equação $x^2 + 2x - 3 = 0$. Essa equação tem coeficientes $a = 1$, $b = 2$ e $c = -3$. Sendo assim, a soma de suas raízes é:

$$x_1 + x_2 = -\frac{2}{1} \rightarrow x_1 + x_2 = -2$$

E o produto das raízes, qual é:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-3}{1} \rightarrow x_1 \cdot x_2 = -3$$

Veja que sabemos **a soma e o produto das raízes sem conhecê-las** individualmente! Pode te economizar um bom tempo na hora da prova!



(UFABC/2019) Considere a equação do segundo grau $3x^2 - 4x + q = 0$, na qual q representa um número inteiro. Sabendo-se que -3 é uma das raízes dessa equação, então o produto das duas raízes dessa equação é igual a

- A) -6.
- B) -13.
- C) 0.
- D) 7.
- E) 12.

Comentários:

Temos uma equação de segundo grau e uma de suas raízes. Ora, se **-3 é uma raiz**, então podemos usá-la na equação para determinar q .

$$3x^2 - 4x + q = 0 \Rightarrow 3 \cdot (-3)^2 - 4 \cdot (-3) + q = 0 \Rightarrow 27 + 12 + q = 0 \Rightarrow q = -39$$

Logo, nossa equação **possui a seguinte forma:**

$$3x^2 - 4x - 39 = 0$$

Para encontrar **o produto das duas raízes**, lembre-se que não precisamos encontrá-la, basta utilizarmos as **relações de Girard**. Para o produto, temos que



$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = -\frac{39}{3} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = -13$$

Gabarito: LETRA B

Como sei que alguns de vocês podem estar duvidando das relações de Girard, **vamos pegar nossa última equação e achar as raízes do jeito tradicional**. Depois, calcularemos a soma e o produto das raízes! A equação que estávamos trabalhando foi:

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

Os coeficientes dela são: $a = 1$, $b = 2$ e $c = -3$. Logo,

- Cálculo do Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) \rightarrow \Delta = 4 - 12 \rightarrow \Delta = 16$$

- Cálculo das Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} \rightarrow x = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2 - 4}{2} \rightarrow x_1 = \frac{-6}{2} \rightarrow x_1 = -3$$

$$x_2 = \frac{-2 + 4}{2} \rightarrow x_2 = \frac{2}{2} \rightarrow x_2 = 1$$

Ok! **Encontramos as duas raízes**. Agora, vamos fazer a soma e o produto delas.

$$x_1 + x_2 = -3 + 1 = -2$$

$$x_1 \cdot x_2 = (-3) \cdot 1 = -3$$

Observe que são os mesmos resultados que encontramos aplicando as relações de Girard! Pessoal, no momento, vou pedir para vocês confiarem nesse bilhete! Alguns de vocês podem estar curiosos sobre como chegar nessas relações. Afinal, de onde elas vieram?

Uma demonstração apropriada envolve conhecimentos um pouco mais específicos de funções e polinômios. Desse modo, tenha certeza de que voltaremos nas Relações de Girard nas aulas específicas desses assuntos, quando teremos muito mais bagagem para compreender sua demonstração.



Equações Biquadradas

Já sabemos resolver as equações de segundo grau! Agora, vamos dar um passo a mais e estudar as **equações biquadradas**. As equações biquadradas são **equações de quarto grau** (isso mesmo! quarto grau!) que possuem o seguinte "formato":

$$ax^4 + bx^2 + c = 0 \quad , \quad a \neq 0$$

Observe que na equação biquadrada **não há termos com expoentes ímpares** (x^3 e x). Ademais, como é uma equação de 4º grau, **ela tem 4 raízes**! Muita atenção nesse fato, pois, ao resolvê-la, você deverá encontrar quatro raízes e não duas!

Professor, por que estamos estudando uma equação de 4º grau na aula de equação de 2º grau?

O motivo disso é que, para resolver esse tipo específico de equação de 4º grau, precisamos "transformá-la" em uma equação de 2º grau! Uma vez transformada, a resolução dela também sairá por Bhaskara. Vamos fazer um exemplo para ver isso na prática!

EXEMPLIFICANDO



(MARINHA/2018) É correto afirmar que o valor da soma das raízes reais da equação $x^4 = 7x^2 + 18$ é um número:

- A) primo.
- B) divisor de 36.
- C) múltiplo de 3.
- D) divisor de 16.
- E) divisor de 25.

Comentários:

Observe que temos uma **equação biquadrada**:

$$x^4 - 7x^2 - 18 = 0$$

Para resolvê-la, vamos usar o artifício $y = x^2$ e reescrevê-la.

$$y^2 - 7y - 18 = 0$$



Observe que transformamos uma equação de quarto grau em uma equação de segundo grau. Agora, podemos usar **a fórmula de Bhaskara** para resolvê-la.

Passo 1: Calcular o Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18) \rightarrow \Delta = 49 + 72 \rightarrow \Delta = 121$$

Passo 2: Encontrar "y".

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow y = \frac{-(-7) \pm \sqrt{121}}{2 \cdot 1} \rightarrow y = \frac{7 \pm 11}{2}$$

$$y_1 = \frac{7 + 11}{2} \rightarrow y_1 = \frac{18}{2} \rightarrow y_1 = 9$$

$$y_2 = \frac{7 - 11}{2} \rightarrow y_2 = \frac{-4}{2} \rightarrow y_2 = -2$$

Muito cuidado, moçada! Essas não são as raízes que estamos procurando. Lembre-se que usamos o artifício $y = x^2$. Precisamos substituir **os valores de "y"** nessa expressão para encontrar os valores de "x".

- Para $y_1 = 9$:

$$x^2 = 9 \rightarrow x = \pm\sqrt{9} \rightarrow x = \pm 3$$

Ou seja, **duas raízes** são: $x_1 = 3$ e $x_2 = -3$.

- Para $y_2 = -2$.

$$x^2 = -2 \rightarrow x = \pm\sqrt{-2}$$

Nessa última situação, observe que temos a **raiz quadrada de um número negativo**. Ora, o resultado disso é um **número complexo**, mas o enunciado pede apenas a soma das raízes **reais**. Portanto, não estamos interessados nessa situação (raiz complexa). Sendo assim, a soma das raízes reais da equação é:

$$S = 3 + (-3) \rightarrow S = 0$$

Pronto! **0 é um múltiplo de qualquer número**. Sendo assim, a alternativa C encontra-se correta ao afirmar que a soma é um múltiplo de 3.

Gabarito: LETRA C.



Vocês perceberam que para resolver uma equação biquadrada usamos um "artifício"?

Dê uma olhada novamente na equação biquadrada.

$$ax^4 + bx^2 + c = 0$$

Observe que podemos reescrevê-la assim:

$$a(x^2)^2 + bx^2 + c = 0$$

Agora, vamos chamar x^2 de y .

$$x^2 = y$$

Com isso, a equação biquadrada ganha a seguinte forma:

$$ay^2 + by + c = 0$$

É a nossa equação de segundo grau "padrão" e, a partir daqui, podemos usar Bhaskara.

Sejam y_1 e y_2 os valores encontrados após aplicarmos a fórmula de Bhaskara. **Esses valores não são as raízes da equação biquadrada, muito cuidado!** Para encontrarmos as raízes da equação biquadrada, precisamos voltar no artifício! Na prática, fazemos:

$$x^2 = y_1 \quad \rightarrow \quad \boxed{x_1 = +\sqrt{y_1}} \quad \text{ou} \quad \boxed{x_2 = -\sqrt{y_1}}$$

$$x^2 = y_2 \quad \rightarrow \quad \boxed{x_3 = +\sqrt{y_2}} \quad \text{ou} \quad \boxed{x_4 = -\sqrt{y_2}}$$

São **quatro raízes**, pessoal! Pode ser até que algumas (ou todas) delas sejam complexas! Não tem problema.

Vamos fazer mais uma questão para treinarmos esse raciocínio.

HORA DE PRATICAR!



(PREF. SL/2017) Se x_1 e x_2 , em que $x_1 < x_2$, são as raízes positivas da equação $x^4 - 164x^2 + 6400 = 0$, então a diferença $x_2 - x_1$ é igual a:



- A) 2.
- B) 1.
- C) 36.
- D) 18.
- E) 4.

Comentários:

Mais uma equação biquadrada para resolvermos.

$$x^4 - 164x^2 + 6400 = 0$$

Quando a equação já está na forma acima, o primeiro passo é usarmos o artifício $y = x^2$. Com isso:

$$y^2 - 164y + 6400 = 0$$

Pronto, "transformamos" uma equação de quarto grau em uma equação de segundo grau. Agora sabemos resolvê-la! Para isso, podemos usar a fórmula de Bhaskara.

Passo 1: Calcular o Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = (-164)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6400 \quad \rightarrow \quad \Delta = 26896 - 25600 \quad \rightarrow \quad \Delta = 1296$$

Passo 2: Encontrar "y".

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad y = \frac{-(-164) \pm \sqrt{1296}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad y = \frac{164 \pm 36}{2}$$

$$y_1 = \frac{164 + 36}{2} \quad \rightarrow \quad y_1 = \frac{200}{2} \quad \rightarrow \quad y_1 = 100$$

$$y_2 = \frac{164 - 36}{2} \quad \rightarrow \quad y_2 = \frac{128}{2} \quad \rightarrow \quad y_2 = 64$$

Mais uma vez, essas não são as raízes que estamos procurando. Lembre-se que usamos o artifício $y = x^2$. Precisamos substituir **os valores de "y"** nessa expressão para encontrar os valores de "x".

- Para $y_1 = 100$:

$$x^2 = 100 \quad \rightarrow \quad x = \pm\sqrt{100} \quad \rightarrow \quad x = \pm 10$$

Ou seja, **duas raízes** são: $x' = 10$ e $x'' = -10$.



- Para $y_2 = 64$.

$$x^2 = 64 \quad \rightarrow \quad x = \pm\sqrt{64} \quad \rightarrow \quad x = \pm 8$$

Por fim, as outras duas raízes são: $x''' = 8$ e $x'''' = -8$.

Observe que nesse caso obtivemos **quatro raízes reais!**

A questão pede **a diferença entre as raízes positivas**. Sendo assim:

$$D = 10 - 8 \quad \rightarrow \quad \boxed{D = 2}$$

Gabarito: LETRA A.



QUESTÕES COMENTADAS - VUNESP

Equação de Primeiro Grau

1. (VUNESP/SBCPREV/2024) Em 2020, um hotel dispunha de 112 acomodações padrão e 40 acomodações de luxo. Após uma expansão, o hotel passou a contar com 65 novas acomodações, entre padrão e de luxo. Se após essa expansão a razão entre o número de acomodações de luxo e o número de acomodações padrão passou a ser $\frac{2}{5}$, o número de novas acomodações padrão oferecidas foi

- A) 21.
- B) 29.
- C) 37.
- D) 43.
- E) 55.

Comentários:

Inicialmente, vamos definir **x como o número de acomodações padrão** e **y como o número de acomodações de luxo após a expansão**. A partir do enunciado, podemos obter duas equações que relacionam essas variáveis:

$$x + y = 112 + 40 + 65 \quad \rightarrow \quad x + y = 217 \quad (1)$$

Essa primeira equação representa que o total de acomodações após a expansão **é igual ao total de acomodações antes da expansão mais as 65 novas acomodações**. Por sua vez, temos ainda que:

$$\frac{y}{x} = \frac{2}{5} \quad (2)$$

Essa segunda equação representa que a razão entre o número de acomodações de luxo e o número de acomodações padrão após a expansão é $\frac{2}{5}$, conforme o enunciado.

Agora, vamos resolver o **sistema de equações formado por (1) e (2)**. Isolando y na segunda equação, temos:

$$y = \frac{2x}{5}$$

Substituindo na primeira equação, temos:

$$x + \frac{2x}{5} = 217$$



Resolvendo para x, temos:

$$\frac{7x}{5} = 217 \quad \rightarrow \quad x = \frac{217 \cdot 5}{7} \quad \rightarrow \quad x = 155$$

Esse é o **total** de acomodações padrão. Para obter apenas quantas **novas** acomodações padrão, fazemos:

$$155 - 112 = \boxed{43}$$

Gabarito: LETRA D.

2. (VUNESP/CM-CAMPINAS/2024) Jorge e Rui são dois técnicos em transcrições e juntos transcreveram 40 documentos em um dia. Sabendo que o número de documentos transcritos por Jorge foi igual a $\frac{2}{3}$ do número de documentos transcritos por Rui, então, o número de documentos que Rui transcreveu a mais do que Jorge foi

- A) 12.
- B) 10.
- C) 9.
- D) 6.
- E) 8.

Comentários:

Seja x o número de documentos transcritos por Jorge e y o número de documentos transcritos por Rui.

Como eles transcreveram juntos **40 documentos** em um dia, temos que:

$$x + y = 40 \quad (1)$$

Por sua vez, como Jorge transcreveu **$\frac{2}{3}$ do número de documentos** transcritos por Rui, temos que:

$$x = \frac{2y}{3} \quad (2)$$

Substituindo a equação (2) na equação (1), temos:

$$\frac{2y}{3} + y = 40$$

$$5y = 120$$



$$y = 24$$

Portanto, **Rui transcreveu 24 documentos**. Substituindo y na equação (2), temos:

$$x = \frac{2 \cdot 24}{3}$$

$$x = 16$$

Encontramos que **Jorge transcreveu 16 documentos**.

A diferença entre os documentos transcritos por Rui e Jorge é:

$$24 - 16 = 8$$

Assim, a alternativa correta é a letra E.

Gabarito: LETRA E.

3. (VUNESP/CM-CAMPINAS/2024) Carina leu um livro em 3 dias. Na segunda-feira ela leu a terça parte do total de páginas do livro, na quarta-feira leu três quartos do número de páginas não lidas na segunda-feira, e, na sexta-feira, leu as 60 páginas que faltavam. O número de páginas lidas por Carina na quarta-feira foi igual a

- A) 150.
- B) 140.
- C) 170.
- D) 180.
- E) 160.

Comentários:

Seja x o número de páginas do livro. Sabemos que:

- Na **segunda-feira**, Carina leu $x/3$ páginas.
- Na **quarta-feira**, Carina leu $3/4 (x - x/3) = x/2$ páginas.
- Na **sexta-feira**, Carina leu 60 páginas.

Como o total de páginas é x , podemos escrever a seguinte equação:

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{2} + 60 = x$$



Podemos multiplicar tudo por 6, temos:

$$2x + 3x + 360 = 6x$$

Simplificando:

$$x = 360$$

Portanto, **o número de páginas do livro é 360**. Para saber quantas páginas Carina leu na quarta-feira, basta substituir x por 360 na expressão $x/2$, obtendo:

$$\frac{x}{2} = \frac{360}{2} = 180$$

Assim, a alternativa correta é a letra D.

Gabarito: LETRA D.

4. (VUNESP/ISS-SANTO ANDRÉ/2024) Uma livraria fez uma promoção para vender todos os 235 livros de determinado autor que tinha em estoque. Em 3 dias, todos os livros foram vendidos, de maneira que, no primeiro dia, foi vendido um quarto do total vendido nos outros dois dias, e, no segundo dia, foram vendidos 22 livros a mais do que no terceiro dia. O total de livros desse autor que foram vendidos no primeiro dia foi

- A) 47.
- B) 48.
- C) 49.
- D) 50.
- E) 51.

Comentários:

Seja " x " o número de livros vendidos no primeiro dia. Sendo assim, $235 - x$ livros foram vendidos nos outros dois dias. Note que a questão informa que **a quantidade vendida no primeiro dia foi um quarto do total vendido nos outros dois dias**. Sendo assim, podemos escrever:

$$x = \frac{(235 - x)}{4}$$

Vamos resolver.

$$4x = 235 - x$$

$$5x = 235$$



$$x = \frac{235}{5}$$

$$\boxed{x = 47}$$

Sendo assim, **47 livros foram vendidos no primeiro dia**.

Gabarito: LETRA A.

5. (VUNESP/ISS-SANTO ANDRÉ/2024) Uma empresa tem certo número de departamentos, e todos os funcionários da empresa participaram uma única vez de uma palestra sobre primeiros socorros. Essa palestra foi oferecida 5 vezes, e, na primeira vez, participaram 11 funcionários de cada departamento. A segunda palestra contou com a presença de 9 funcionários de cada departamento, e a terceira palestra, com 15 funcionários de cada departamento. Na quarta palestra, de metade dos departamentos, foram chamados 8 funcionários, e, da outra metade, 7 funcionários. A quinta palestra contou com a presença de todos os funcionários que ainda não tinham participado, num total de 175. Se a primeira palestra teve 21 funcionários a menos que a última, o total de funcionários dessa empresa é

- A) 630.
- B) 650.
- C) 700.
- D) 770.
- E) 820.

Comentários:

Vamos chamar de "F" o número de funcionários dessa empresa e "D" o número de departamentos.

Na primeira vez, participaram 11 funcionários de cada departamento, o que totaliza **11D funcionários**.

Na segunda vez, participaram 9 funcionários de cada departamento, o que totaliza **9D funcionários**.

Na terceira vez, participaram 15 funcionários de cada departamento, o que totaliza **15D funcionários**.

Na quarta vez, participaram 8 funcionários de metade dos departamentos e 7 funcionários da outra metade, o que totaliza **8D/2 + 7D/2 funcionários**.

Por fim, na quinta vez, participaram **175 funcionários**.

Agora, devemos **somar todas essas quantidades** para obter o total de funcionários.



$$F = 11D + 9D + 15D + \left(\frac{8D}{2} + \frac{7D}{2}\right) + 175$$

$$F = 42,5D + 175 \quad (1)$$

Nesse momento, perceba que o enunciado nos fornece mais uma informação: **a primeira palestra teve 21 funcionários a menos do que a última**. Sendo assim, como a última teve 175 funcionários, então a primeira palestra teve 154. Dito isso, **podemos igualar essa quantidade a 11D e determinar D**.

$$11D = 154$$

$$D = \frac{154}{11}$$

$$D = 14$$

Com o número de departamentos, conseguimos usar D em (1) e determinar o total de funcionários F.

$$F = 42,5 \cdot 14 + 175$$

$$\boxed{F = 770}$$

Gabarito: LETRA D.

6. (VUNESP/ISS-SANTO ANDRÉ/2024) O *Tour de France* é uma competição anual de ciclismo realizada na França. Considerando um grupo de 500 ciclistas, no fim de 2018, alguns já tinham participado uma única vez do *Tour de France*, e os demais nunca participaram. No fim de 2021, entre os que já tinham participado até o fim de 2018, 20% participaram mais duas vezes nesse *Tour*, 35% participaram mais uma vez, e os demais não voltaram a participar. Considerando os que nunca tinham participado até o fim de 2018, 30 participaram uma primeira e única vez, 25% participaram em 2019 e 2020, e os demais continuaram sem participar dessa competição. Se no fim de 2021 a soma de todas as participações no *Tour* feitas por esses ciclistas era igual a 555, o número desses ciclistas que já tinham participado do *Tour* até o final de 2018 era

- A) 180.
- B) 200.
- C) 220.
- D) 240.
- E) 260.

Comentários:

Pessoal, o enunciado é cheio de informações e devemos ir com bastante calma.



Vamos chamar de " x " aqueles que já tinham participado **uma única vez do Tour (até o fim de 2018)**.

Sendo assim, " $500 - x$ " representa aqueles que nunca participaram do evento (até o fim de 2018).

Entre os que já tinham participado uma única vez, ou seja, entre os " x " ciclistas, **20% participaram mais duas vezes**. Com essa informação, podemos concluir que temos $0,2x$ ciclistas que participaram do Tour três vezes [somamos uma participação (até o fim de 2018) com duas participações extras (até o fim de 2021)].

Com relação a esses mesmos " x " ciclistas, o enunciado diz que **35% deles participaram apenas mais uma vez**. Sendo assim, nesse grupo, temos que $0,35x$ ciclistas participaram do tour duas vezes [somamos uma participação (até o fim de 2018) com uma participação extra (até o fim de 2021)].

Por fim, **o restante (45%) desse grupo de " x " ciclistas não voltou a participar de mais nenhum Tour**. Sendo assim, contabilizamos apenas uma única participação para esse grupo de $0,45x$ pessoas.

Agora, vamos para as informações referente ao grupo que não tinha participado de nenhum Tour até o final de 2018, ou seja, o grupo de " $500 - x$ " ciclistas. Desse grupo, o enunciado fala que **30 participaram uma única vez**. Ainda, fala que 25% dele participou duas vezes (em 2019 e 2020), ou seja, $0,25(500 - x)$ ciclistas participaram duas vezes. Por fim, **o restante nunca participou**.

Vamos organizar as informações de todos aqueles que participaram:

Participaram três vezes: $0,2x$ ciclistas

Participaram duas vezes: $0,35x + 0,25(500 - x) = 0,1x + 125$ ciclistas

Participaram uma única vez: $(0,45x + 30)$ ciclistas

Agora, perceba que o enunciado diz que **o total de participações foi de 555**. O total de participações é obtidos multiplicando **a quantidade de ciclistas** pelo **número de participações** de cada um. Sendo assim:

$$0,2x \cdot 3 + (0,1x + 125) \cdot 2 + (0,45x + 30) \cdot 1 = 555$$

$$0,6x + 0,2x + 250 + (0,45x + 30) = 555$$

$$1,25x = 555 - 280$$

$$1,25x = 275$$

$$x = \frac{275}{1,25}$$



$$x = 220$$

Podemos, portanto, marcar a alternativa C.

Gabarito: LETRA C.

7. (VUNESP/TCM-SP/2023) De um grupo de auditores de controle externo, cada um deles de uma única área, sabe-se que 20% são da área da Economia, 10% dos que não são da área da Economia são da área da Engenharia, e os demais, que corresponde a 180 agentes, são de outras áreas. Logo, o número de auditores de controle externo da área da Economia é

- A) 60.
- B) 55.
- C) 50.
- D) 45.
- E) 40.

Comentários:

Vamos chamar o total de auditores de controle externo de "x".

Como **20% são da área de Economia**, tem-se **0,2x auditores** nessa área.

Se 20% são da área de Economia, **80% são de outras áreas**, ou seja, tem-se **0,8x auditores** em outras áreas. Desses auditores que são de outras áreas, temos que 10% são da Engenharia, ou seja, **10% de 0,8x**.

Por fim, o enunciado afirma que desses auditores que são de outras áreas, 180 deles não são da área de engenharia, ou seja, **90% de 0,8x**. Com essa informação, podemos calcular "x".

$$0,9 \cdot 0,8x = 180 \quad \rightarrow \quad 0,72x = 180 \quad \rightarrow \quad x = \frac{180}{0,72}$$

$$x = 250$$

Concluimos que são **250 auditores de controle externo**. O enunciado pede a quantidade de auditores que são da **área de economia**, ou seja, 0,2x.

$$E = 0,2 \cdot 250 \quad \rightarrow \quad \boxed{E = 50}$$

Gabarito: LETRA C.



8. (VUNESP/CAMPREV/2023) Patrícia completou as 4 fases de um jogo eletrônico. Obteve um determinado número de pontos na primeira fase e, a cada fase seguinte completada, obteve o dobro do número de pontos obtidos na fase imediatamente anterior. Se, na quarta fase, ela obteve 120 pontos a mais que o número de pontos obtidos na terceira fase, então o número total de pontos obtidos por Patrícia, nesse jogo, foi igual a

- A) 600.
- B) 580.
- C) 500.
- D) 450.
- E) 400.

Comentários:

Ora, em cada fase, Patrícia dobra o número de pontos. São 4 fases.

Considere que a pontuação obtida na primeira fase é " x ".

Sendo assim, na segunda fase, foi obtida a pontuação de " $2x$ ".

Na terceira fase, a pontuação obtida foi de " $4x$ ".

Por fim, na quarta fase, a pontuação obtida foi de " $8x$ ".

O enunciado fala que na quarta fase **ela obteve 120 pontos a mais** do que na terceira fase, ou seja:

$$8x - 4x = 120 \quad \rightarrow \quad 4x = 120 \quad \rightarrow \quad x = 30$$

Com o valor de " x ", conseguimos obter o **total de pontos (P)**:

$$P = x + 2x + 4x + 8x$$

$$P = 15x$$

Usando $x = 30$:

$$P = 15 \cdot 30 \quad \rightarrow \quad \boxed{P = 450}$$

Gabarito: LETRA D.

9. (VUNESP/PM-SP/2023) De acordo com dados publicados no site da Secretaria de Segurança Pública do Estado de São Paulo, com relação às "Ocorrências de Porte de Entorpecentes" no Estado, em 2022, pode-



se concluir que adicionadas as ocorrências atendidas nos meses de setembro e de outubro, tem-se como total 2264 ocorrências, e subtraídas as ocorrências atendidas no mês de setembro das atendidas no mês de outubro, tem-se 50 ocorrências. Sabendo-se que, para a mesma natureza de ocorrência, em agosto de 2022 foram atendidas 96 ocorrências a mais que as atendidas no mês de setembro desse mesmo ano, pode-se afirmar corretamente que o número de ocorrências de porte de entorpecentes atendidas, em agosto de 2022, foi igual a

- A) 1301.
- B) 1061.
- C) 1203.
- D) 1351.
- E) 1253.

Comentários:

Considere que "A", "S" e "O" sejam os números de ocorrências nos meses de agosto, setembro e outubro, respectivamente. De acordo com o enunciado, **em setembro e outubro tivemos 2262 ocorrências**. Logo:

$$S + O = 2264 \quad (1)$$

Da mesma forma, é dito que subtraídas as ocorrências atendidas no mês de setembro das atendidas no mês de outubro, tem-se **50 ocorrências**:

$$O - S = 50 \quad (2)$$

Muito cuidado aqui, pessoal. A equação correta é a apresentada acima. Não podemos fazer $S - O$! Afinal, o enunciado pede para subtrair S de O e não o contrário.

Por fim, em agosto foram atendidas **96 ocorrências a mais** que as atendidas no mês de setembro:

$$A = S + 96 \quad (3)$$

Observe que temos **um sistema**, podemos resolvê-lo. Para isso, vamos somar (1) e (2) membro a membro.

$$(S + O) + (O - S) = 2264 + 50$$

$$2O = 2314$$

$$O = 1157$$

Com a quantidade de ocorrências de **outubro**, vamos achar as ocorrências de setembro por meio de (1).



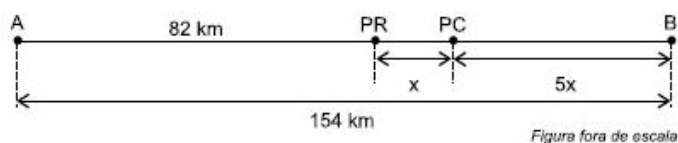
$$S + 1157 = 2264 \quad \rightarrow \quad S = 2264 - 1157 \quad \rightarrow \quad S = 1107$$

Pronto! Com a quantidade de ocorrências em setembro, podemos achar "A" por meio de (3):

$$A = 1107 + 96 \quad \rightarrow \quad \boxed{A = 1203}$$

Gabarito: LETRA C.

10. (VUNESP/PREF. OSASCO/2022) A distância entre as cidades A e B é 154 km. Entre elas, há um posto da polícia rodoviária (PR) e um posto de combustíveis (PC), conforme mostra a figura.



Sabendo que a distância entre o posto de combustíveis e a cidade B é 5 vezes a distância entre o posto da polícia rodoviária e o posto de combustíveis, então a distância entre o posto de combustíveis e a cidade B é igual a

- A) 12 km.
- B) 24 km.
- C) 36 km.
- D) 48 km.
- E) 60 km.

Comentários:

Pessoal, a imagem nos ajuda bastante. Perceba que **se somarmos cada trecho, devemos obter os 154 km**.

$$82 + x + 5x = 154 \quad \rightarrow \quad 6x = 72 \quad \rightarrow \quad x = \frac{72}{6} \quad \rightarrow \quad x = 12$$

Cuidado aqui! "x" é a distância entre o posto da polícia rodoviária (PR) e o posto de combustível (PC).

A questão quer saber **a distância do posto de combustível até a cidade B**. Note que **essa distância vale "5x"**.

$$d = 5x \quad \rightarrow \quad d = 5 \cdot 12 \quad \rightarrow \quad \boxed{d = 60 \text{ km}}$$

Gabarito: LETRA E.

11. (VUNESP/PM-SP/2022) De um valor total disponível em reais, a quarta parte foi destinada para o pagamento de um compromisso A; com a metade do que não foi utilizado para o compromisso A, pagou-



se um compromisso B; e o restante, R\$ 187,50, foi depositado em um investimento. A diferença entre o que foi investido e o que foi destinado para o pagamento do compromisso A é de:

- A) R\$ 18,00.
- B) R\$ 62,50.
- C) R\$ 36,00.
- D) R\$ 54,50.
- E) R\$ 0,00.

Comentários:

Vamos lá, moçada! Considere que o valor total disponível é "T". Desse valor, parte foi destinada a um compromisso A, outra parte foi destinada a um compromisso B e ainda sobrou R\$ 187,50, que foi investido. Com isso, é possível escrever:

$$T = A + B + 187,50 \quad (1)$$

O enunciado diz ainda que, para pagar o compromisso A, foi destinada a quarta parte de T.

$$A = \frac{T}{4} \quad (2)$$

Além disso, após pagar A, a metade do valor que sobrou foi usada para pagar B.

$$B = \frac{T - A}{2} \quad (3)$$

Se você tinha T e pagou A, então sobrou "T - A". A metade desse valor foi usada para B, por isso dividimos a expressão por 2, resultando na equação (3) acima.

Pronto, temos um sistema com **três incógnitas e três equações**.

Para resolvê-lo, inicialmente vamos substituir (2) em (3).

$$B = \frac{T - \frac{T}{4}}{2} \rightarrow B = \frac{3T}{8} \quad (4)$$

Agora, vamos usar (4) e (2) em (1).

$$T = \frac{T}{4} + \frac{3T}{8} + 187,50 \rightarrow T = \frac{5T}{8} + 187,50 \rightarrow \frac{3T}{8} = 187,50 \rightarrow T = \frac{187,50 \cdot 8}{3} \rightarrow$$



$$T = 500$$

Logo, determinarmos que **a quantia total é 500 reais**. Podemos usar esse valor em (2) para determinar A.

$$A = \frac{500}{4} \rightarrow A = 125$$

A questão quer **a diferença entre A e o valor investido**.

$$d = 187,50 - 125 \rightarrow \boxed{d = 62,50}$$

Gabarito: LETRA B.

12. (VUNESP/ALESP/2022) Meu irmão, que é 5 anos mais velho do que eu, falou que daqui a 3 anos a idade do nosso pai será o triplo das nossas duas idades somadas. Meu pai tinha 65 anos quando eu nasci. Daqui a 3 anos, quando isso acontecer, a minha idade somada com a idade do meu irmão será menor que a idade do nosso pai em um número de anos igual a

- A) 56.
- B) 52.
- C) 50.
- D) 46.
- E) 58.

Comentários:

Considere as idades dos irmãos iguais a "N" e a "V".

Note que o narrador do enunciado é o irmão mais novo, pois ele fala que seu irmão é mais velho que ele cinco anos. Assim, vamos definir **"N" como a idade do irmão mais novo** e **"V", a do mais velho**. Beleza?! Essa distinção vai ser importante lá na frente! Por sua vez, considere a idade do pai igual a "P".

Um irmão é 5 anos mais velho do que o outro. Logo, podemos escrever:

$$V = N + 5 \quad (1)$$

Ademais, daqui a três anos, **a idade do pai será o triplo da soma da idade dos dois**.

$$P + 3 = 3 \cdot ((N + 3) + (V + 3)) \rightarrow P + 3 = 3 \cdot (N + V + 6) \quad (2)$$

Note que temos que **somar 3 em cada idade**, pois, após três anos, cada um dos irmãos não terá mais "N" e "V", **mas sim "N+3" e "V+3"**.



Por fim, a questão disse que **o pai tinha 65 quando o irmão mais novo nasceu**.

$$P - N = 65 \quad \rightarrow \quad P = N + 65 \quad (3)$$

Pronto, equacionamos tudo. Agora, vamos substituir (3) e (1) em (2).

$$(N + 65) + 3 = 3 \cdot ((N + 5) + N + 6)$$

$$N + 68 = 3 \cdot (2N + 11)$$

$$N + 68 = 6N + 33 \quad \rightarrow \quad 5N = 35 \quad \rightarrow \quad N = 7$$

Opa, determinarmos a idade do irmão mais novo, que é de **7 anos**. Podemos usar esse valor em (1) para determinar V.

$$V = 7 + 5 \quad \rightarrow \quad V = 12$$

Já a idade do pai é:

$$P = 7 + 65 \quad \rightarrow \quad P = 72$$

Vamos organizar essas informações numa tabela.

Quem	Idade Atual	Idade 3 anos depois
Pai	72	75
Irmão mais velho	12	15
Irmão mais novo	7	10

A questão quer a **diferença entre a soma das idades dos irmãos e a idade do pai, 3 anos depois**, ou seja, usaremos as idades na terceira coluna da tabela acima.

$$d = 75 - (15 + 10) \quad \rightarrow \quad d = 75 - 25 \quad \rightarrow \quad \boxed{d = 50}$$

Gabarito: LETRA C.



13. (VUNESP/ALESP/2022) Carlos, Luciana e Jonas fizeram um total de 58 horas extras. Carlos fez uma hora extra a mais que a metade das que Luciana tinha feito. Jonas fez 4 horas extras a mais do que Carlos. O total das horas extras de Carlos e Jonas supera o número feito por Luciana em

- A) 7.
- B) 6.
- C) 4.
- D) 5.
- E) 3.

Comentários:

Considere "**C**" a quantidade de horas extras feitas por **Carlos**, "**L**" a quantidade feita por **Luciana** e "**J**" a quantidade feita por **Jonas**. Como o total foi de 58 horas extras, podemos escrever:

$$C + L + J = 58 \quad (1)$$

Se **Carlos fez uma hora extra a mais do que a metade das que Luciana** fez, então

$$C = \frac{L}{2} + 1 \quad (2)$$

Por fim, se **Jonas fez 4 horas a mais do que Carlos**, então:

$$J = C + 4 \quad (3)$$

Vamos usar (2) em (3):

$$J = \frac{L}{2} + 1 + 4 \rightarrow J = \frac{L}{2} + 5 \quad (4)$$

Agora, vamos usar (4) e (2) em (1).

$$\left(\frac{L}{2} + 1\right) + L + \left(\frac{L}{2} + 5\right) = 58$$

$$L + L + 6 = 58 \rightarrow 2L = 52 \rightarrow L = \frac{52}{2} \rightarrow L = 26$$

Logo, a quantidade de horas extras feita por **Luciana** foi de **26 horas**. Podemos usar esse valor em (3) e (4) para determinarmos C e J.

$$C = \frac{L}{2} + 1 \rightarrow C = 13 + 1 \rightarrow C = 14$$



$$J = \frac{l}{2} + 5 \rightarrow J = 13 + 5 \rightarrow J = 18$$

Carlos e Jonas totalizaram 14 e 18 horas extras, respectivamente. Quando somamos as quantidades de horas extras dos dois, obtemos 32 horas extras. O enunciado pede a diferença entre essa soma e a quantidade de horas extras feitas por Luciana.

$$d = 32 - 26 \rightarrow \boxed{d = 6}$$

Gabarito: LETRA B.

14. (VUNESP/TJ-SP/2018) No posto Alfa, o custo, para o consumidor, de um litro de gasolina é R\$ 3,90, e o de um litro de etanol é R\$ 2,70. Se o custo de um litro de uma mistura de quantidades determinadas desses dois combustíveis é igual a R\$ 3,06, então o número de litros de gasolina necessários para compor 40 litros dessa mistura é igual a

- A) 28.
- B) 20.
- C) 16.
- D) 24.
- E) 12.

Comentários:

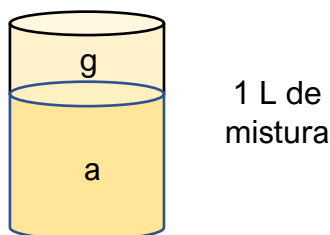
Vamos separar algumas informações do enunciado.

1 litro de gasolina = R\$ 3,90

1 litro de álcool = R\$ 2,70

1 litro da mistura = R\$ 3,06

Vamos chamar de " g " e " a " as quantidades (em litros) de gasolina e álcool, respectivamente, presentes em 1 litro dessa mistura. Vamos esquematizar.



Ora, a soma da quantidade de gasolina e álcool deve totalizar 1 L. Assim, podemos escrever:



$$g + a = 1 \quad (1)$$

Além disso, o preço do litro da mistura é dado por:

$$3,90g + 2,70a = 3,06 \quad (2)$$

Observe que podemos **isolar o "a"** em (1) e substituir em (2):

$$a = 1 - g$$

Substituindo:

$$3,9g + 2,7 \cdot (1 - g) = 3,06$$

$$3,9g + 2,7 - 2,7g = 3,06$$

$$1,2g = 0,36 \quad \rightarrow \quad g = \frac{0,36}{1,2} \quad \rightarrow \quad \mathbf{g = 0,3}$$

Observe que nessa mistura temos **0,3 litros** (ou 300 mL) **de gasolina** para cada litro. Utilizaremos essa informação para esquematizar uma **regra de três simples**.

$$\begin{array}{ccc} 0,3 \text{ L} & \longleftrightarrow & 1 \text{ L} \\ x & \longleftrightarrow & 40 \text{ L} \end{array}$$

Multiplicando cruzado.

$$1 \cdot x = 40 \cdot 0,3 \quad \rightarrow \quad \mathbf{x = 12 \text{ L}}$$

Gabarito: LETRA E.

15. (VUNESP/TJ-SP/2018) Um investidor adquiriu um terreno por R\$ 74.000,00. Algum tempo depois, o terreno foi vendido, e o lucro obtido pelo investidor foi igual a 20% do valor da venda. Se esse investidor conceitua lucro como sendo a diferença entre os valores de venda e de compra, então o lucro obtido por ele nessa negociação foi de

- A) R\$ 14.400,00.
- B) R\$ 15.870,00.
- C) R\$ 18.500,00.



D) R\$ 16.600,00.

E) R\$ 17.760,00.

Comentários:

Galera, **o investidor comprou o terreno por R\$ 74.000,00**. Assim, vamos anotar.

$$\text{Compra} = 74.000$$

O próprio enunciado diz que o lucro é **a diferença entre os valores da venda e da compra**. Logo,

$$\text{Lucro} = \text{Venda} - \text{Compra}$$

Como **o lucro do investidor foi 20% do valor da venda**, podemos escrever que $\text{Lucro} = 0,2 \cdot \text{Venda}$

$$0,2 \cdot \text{Venda} = \text{Venda} - \text{Compra}$$

Vamos manipular a expressão acima, tentando **isolar o preço de venda**.

$$\text{Venda} - 0,2 \cdot \text{Venda} = \text{Compra}$$

$$0,8 \cdot \text{Venda} = \text{Compra}$$

$$\text{Venda} = \frac{\text{Compra}}{0,8} \rightarrow \text{Venda} = \frac{74.000}{0,8} \rightarrow \text{Venda} = 92.500$$

Encontramos o preço de venda. Para determinarmos o lucro, **basta aplicarmos 20% (0,2) sobre esse valor**.

$$\text{Lucro} = 0,2 \cdot 92.500 \rightarrow \text{Lucro} = 18.500$$

Gabarito: LETRA C.

16. (VUNESP/CMBP/2020) Um escritório comprou determinado número de caixas para arquivar processos antigos e quer colocar em cada uma delas o mesmo número de processos. Se forem colocados 30 processos em cada caixa, todas as caixas compradas serão utilizadas, mas se forem colocados 35 processos em cada caixa, 2 das caixas compradas não serão utilizadas. O número total de processos que serão arquivados nessas caixas é

A) 400.

B) 420.

C) 440.

D) 460.

E) 480.



Comentários:

Galera, questão muito parecida com a anterior! A modelagem que faremos será a mesma. Considere que o **número de caixas é C** e o **número de processos é P** . Se 30 processos em cada uma das caixas totalizam a quantidade de pastas, então

$$30C = P \quad (1)$$

Ademais, se colocarmos 35 processos por caixa, então **não precisaremos mais das C caixas**, mas apenas de **$(C - 2)$** . Matematicamente,

$$35(C - 2) = P \quad (2)$$

Temos **duas equações e duas incógnitas**. Para resolver esse sistema, podemos substituir (1) em (2):

$$35(C - 2) = 30C \quad \Rightarrow \quad 35C - 70 = 30C \quad \Rightarrow \quad 5C = 70 \quad \Rightarrow \quad C = 14$$

Logo, **temos 14 caixas**. Podemos encontrar o total de processos substituindo esse valor em (1):

$$30 \cdot 14 = 420 \text{ processos}$$

Gabarito: LETRA B.

17. (VUNESP/FITO/2020) Um total de R\$ 4.800,00 será dividido entre Ângela, Beatriz e Cláudio, de modo que Beatriz receberá R\$ 100,00 a menos que Ângela, e Cláudio receberá R\$ 200,00 a mais que Beatriz. O valor que receberá Beatriz é de

- A) R\$ 1.200,00.
- B) R\$ 1.300,00.
- C) R\$ 1.400,00.
- D) R\$ 1.500,00.
- E) R\$ 1.600,00.

Comentários:

Ok! Temos **R\$ 4.800,00 que serão repartidos entre Ângela, Beatriz e Cláudio**. Considere que a quantia recebida por Ângela seja A , a quantia recebida por Beatriz seja B e a quantia recebida por Cláudio seja C . Assim,

$$A + B + C = 4800 \quad (1)$$

Se **Beatriz recebe 100 reais a menos que Ângela**, então



$$B = A - 100 \quad (2)$$

Se **Cláudio recebe 200 reais mais que Beatriz**, então

$$C = B + 200 \quad (3)$$

Temos **três equações e três incógnitas**. Também conseguimos resolver. Primeiro, vamos usar (3) em (1):

$$A + B + (B + 200) = 4800 \Rightarrow A + 2B = 4600 \quad (4)$$

Note que **diminuímos uma incógnita**. Agora (2) e (4) formam um sistema de duas equações e duas incógnitas. Vamos usar (2) em (4).

$$A + 2(A - 100) = 4600 \Rightarrow A + 2A - 200 = 4600 \Rightarrow 3A = 4800 \Rightarrow A = 1600$$

Queremos **a quantia recebida por Beatriz**, basta usar esse valor que acabamos de descobrir em (2).

$$B = 1600 - 100 \Rightarrow B = 1500$$

Portanto, Beatriz recebeu R\$ 1.500,00.

Gabarito: LETRA D.

18. (VUNESP/TJ-SP/2018) Uma concessionária que vai recapear uma faixa de rolamento de uma pista em certa rodovia, em um trecho de x quilômetros, possui uma determinada quantidade y de balizadores refletivos disponíveis para a sinalização desse trecho e, com base nessa quantidade, constatou que, se colocar um número n de balizadores a cada quilômetro, precisará adquirir mais 40 unidades. Porém, se colocar $(n - 4)$ balizadores a cada quilômetro, sobrarão 20 unidades. Se a razão x/y é de 3 para 52, nessa ordem, então a quantidade de balizadores disponíveis para sinalizar o trecho a ser recapeado é igual a

- A) 230.
- B) 260.
- C) 350.
- D) 280.
- E) 330.

Comentários:

Essa questão pode ser um pouco chatinha de entender. Vamos devagar.



1) Em uma primeira situação, são usados " n " balizadores a cada quilômetro. Dessa forma, como o trecho é de " x " quilômetros, **o total de balizadores** que será preciso é dado pelo produto " $n \cdot x$ ". O problema é que só há " y " balizadores disponíveis, de modo que será preciso adquirir mais 40 unidades. Assim,

$$nx = y + 40 \quad \rightarrow \quad y = nx - 40 \quad (1)$$

2) Na segunda situação, são usados " $n - 4$ " balizadores a cada quilômetro. Se o trecho é de x quilômetros, então **o total de balizadores** que é preciso para cobrir o percurso é pelo produto " $(n - 4) \cdot x$ ". Dessa vez, sobrarão 20 balizadores.

$$(n - 4)x = y - 20 \quad \rightarrow \quad y = (n - 4)x + 20 \quad (2)$$

Observe que podemos igualar (1) e (2).

$$nx - 40 = (n - 4)x + 20$$

$$nx - 40 = nx - 4x + 20$$

$$4x = 60 \quad \rightarrow \quad x = \frac{60}{4} \quad \rightarrow \quad x = 15$$

O trecho tem 15 quilômetros, podemos usar que "**a razão x/y é de 3 para 52**", para determinarmos y .

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{52} \quad \rightarrow \quad \frac{15}{y} = \frac{3}{52} \quad \rightarrow \quad y = 52 \cdot 5 \quad \rightarrow \quad y = 260$$

Gabarito: LETRA B.

19. (VUNESP/TJ-SP/2014) Certa empresa produz diariamente quantidades iguais do produto P. Se essa empresa usar três medidas iguais do componente A em cada unidade do produto final P, serão necessárias 480 dessas medidas para suprir a produção de P durante 2 dias. Se passar a usar 2,5 medidas de A em cada unidade de P, o número de medidas de A necessário para suprir a produção de P, durante 5 dias, será igual a

- A) 980.
- B) 1140.
- C) 1050.
- D) 1000.
- E) 1220.

Comentários:



Vamos chamar **a quantidade diária** que a empresa produz de "x". Em cada unidade desse produto, ela usa **três** medidas iguais do componente A. Assim, o total de medidas do componente A que ela usa **por dia** é dado pela multiplicação "**3x**". Como estamos falando de uma produção de **2 dias**, podemos escrever que:

$$2 \cdot 3x = 480 \rightarrow 6x = 480 \rightarrow x = 80$$

Com isso, determinamos que **a produção diária é de 80 unidades**. O enunciado nos questiona o número de medidas de A necessário para suprir a produção de P, durante **5 dias**. Chamemos essa quantidade de "n". Assim, como a empresa passa a usar **2,5** medidas de A em cada unidade:

$$n = 5 \cdot 2,5 \cdot 80 \rightarrow n = 1000$$

Gabarito: LETRA D.

20. (VUNESP/PREF. SÃO ROQUE/2020) Em um bazar da pechincha, foram vendidas 168 peças a R\$ 2,00 cada, 53 peças a R\$ 5,00 cada e roupas de festa a R\$ 10,00 cada. Sabendo-se que o valor total arrecadado nesse bazar foi de R\$ 1.071,00, a quantidade de roupas de festa vendidas foi

- A) 43 peças.
- B) 45 peças.
- C) 47 peças.
- D) 50 peças.
- E) 51 peças.

Comentários:

Vamos retirar as informações do enunciado:

- **168** peças a **R\$ 2,00** cada;
- **53** peças a **R\$ 5,00** cada;
- **x** roupas de festa a **R\$ 10,00** cada;

O total arrecadado foi R\$ 1.071,00. Ora, veja que **o produto do número de peças pelo preço unitário fornece quanto o bazar arrecadou com aquela peça**. Para obter o valor total, basta somarmos cada um desses produtos. Assim,

$$\begin{aligned} 168 \cdot 2,00 + 53 \cdot 5,00 + x \cdot 10,00 &= 1.071,00 \\ 336,00 + 265,00 + 10x &= 1.071,00 \\ 10x &= 1071,00 - 601 \\ 10x &= 470 \\ x &= 47 \end{aligned}$$

Foram vendidas **47 peças** de roupas de festa.



Gabarito: LETRA C.

21. (VUNESP/TJ-SP/2014) Um grupo de pessoas participou da fase final de um concurso, sendo que, nesse grupo, o número de mulheres era igual a $\frac{3}{5}$ do número de homens. Sabe-se que, concluída a fase final, apenas $\frac{1}{5}$ do número de homens e $\frac{1}{3}$ do número mulheres foram aprovados, num total de 8 pessoas. O número de mulheres no grupo que iniciou a participação na fase final desse concurso era igual a

- A) 12.
- B) 15.
- C) 9.
- D) 18.
- E) 21.

Comentários:

Vamos chamar o número de pessoas que participaram da fase final do concurso de "n". Logo,

$$n = m + h \quad (1)$$

Por sua vez, "**m**" representa a quantidade de mulheres que estão nessa última fase e "**h**", a quantidade de homens. Como o número de mulheres era $\frac{3}{5}$ da quantidade de homens, podemos escrever que:

$$m = \frac{3h}{5} \quad (2)$$

Isolando "h" em (1), podemos substituí-lo em (2) e achar a quantidade de mulheres em função de "n".

$$h = n - m$$

Substituindo em (2),

$$m = \frac{3(n - m)}{5} \rightarrow m = \frac{3n}{5} - \frac{3m}{5} \rightarrow \frac{8m}{5} = \frac{3n}{5} \rightarrow m = \frac{3n}{8} \quad (3)$$

Substituindo (3) em (2), encontramos a quantidade de homens em função de "n".

$$h = \frac{5n}{8} \quad (4)$$

Sabemos que apenas $\frac{1}{5}$ do número de homens e $\frac{1}{3}$ do número mulheres foram aprovados, num total de 8 pessoas. Então, podemos equacionar esse fato da seguinte forma:



$$\frac{1}{5} \cdot h + \frac{1}{3} \cdot m = 8$$

Usando (3) e (4) na equação acima, ficamos com:

$$\frac{1}{5} \cdot \left(\frac{5n}{8}\right) + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3n}{8}\right) = 8 \quad \rightarrow \quad \frac{2n}{8} = 8 \quad \rightarrow \quad n = 32$$

Logo, **32 pessoas estavam na fase final do concurso**. Agora, podemos utilizar esse valor em (3) e determinar o número de mulheres presentes nessa última fase.

$$m = \frac{3n}{8} \quad \rightarrow \quad m = \frac{3 \cdot 32}{8} \quad \rightarrow \quad m = 12$$

Gabarito: LETRA A.

22. (VUNESP/TJ-SP/2014) Um feirante compra mangas ao preço de R\$ 0,80 para cada duas unidades. Certo dia, ele vendeu 120 mangas ao preço de R\$ 6,60 para cada 6 unidades e n mangas ao preço de R\$ 4,50 para cada 5 unidades. Se, nesse dia, o lucro obtido com a venda das mangas foi igual a R\$ 224,00, então o número total de mangas que o feirante vendeu, nesse dia, foi

- A) 320.
- B) 420.
- C) 280.
- D) 400.
- E) 480.

Comentários:

Vamos dividir o problema em alguns momentos.

1) Venda de **120 mangas por R\$ 6,60 para cada 6 unidades**. Ora, se 6 unidades custam R\$ 6,60, então, nessas condições, cada unidade sai por:

$$\text{Preço unidade} = \frac{R\$ 6,60}{6} \quad \rightarrow \quad \text{Preço unidade} = R\$ 1,10$$

Como ele vendeu 120 mangas, então a receita gerada por essa venda é a **multiplicação do preço unitário pela quantidade vendida**.

$$\text{Receita}_1 = 1,10 \cdot 120 \quad \rightarrow \quad \text{Receita}_1 = R\$ 132,00$$

2) Venda de **n mangas por R\$ 4,50 para cada 5 unidades**. Nessa situação, o preço de cada unidade sai por:



$$\text{Preço unidade} = \frac{R\$ 4,50}{5} \rightarrow \text{Preço unidade} = R\$ 0,90$$

Como ele vendeu "n" mangas, então a receita gerada por essa venda é a multiplicação do preço unitário pela quantidade vendida.

$$\text{Receita}_2 = 0,9 \cdot n$$

Assim, **a receita total** dessas duas vendas é dada pela soma:

$$R = \text{Receita}_1 + \text{Receita}_2 \rightarrow R = 132 + 0,9n$$

Agora, que sabemos a receita que ele teve com as vendas, vamos calcular quanto ele gastou para comprar as mangas. De acordo com o enunciado, **o feirante comprou as mangas por R\$ 0,80 para cada 2 unidades**. Com isso, o custo unitário que ele teve foi de R\$ 0,40.

Para descobrir o custo total dessa venda, basta multiplicarmos o **custo unitário pela quantidade vendida**. Ora, se ele vendeu 120 mangas e depois mais "n", então **a quantidade vendida foi de (120 + n)**.

$$C = 0,40 \cdot (120 + n) = 48 + 0,40n$$

O lucro (L) é dado pela **diferença entre a receita (R) e o custo (C)**.

$$L = R - C$$

O enunciado disse que **o lucro do feirante foi de R\$ 224,00**.

$$224 = (132 + 0,90n) - (48 + 0,40n)$$

$$224 = 0,50n + 84 \rightarrow 0,50n = 140 \rightarrow n = 280$$

Determinarmos "n", que é justamente a quantidade de mangas que ele vendeu no segundo momento. Assim, **o total de mangas vendidas** pelo feirante foi de:

$$\text{Total} = 120 + 280 \rightarrow \text{Total} = 400$$

Gabarito: LETRA D.



23. (VUNESP/TJ-SP/2013) Uma empresa comprou um determinado número de folhas de papel sulfite, embaladas em pacotes de mesma quantidade para facilitar a sua distribuição entre os diversos setores. Todo o material deverá ser entregue pelo fornecedor acondicionado em caixas, sem que haja sobras. Se o fornecedor colocar 25 pacotes por caixa, usará 16 caixas a mais do que se colocar 30 pacotes por caixa. O número total de pacotes comprados, nessa encomenda, foi

- A) 2200.
- B) 2000.
- C) 1800.
- D) 2400.
- E) 2500.

Comentários:

Seja "**n**" o **número de caixas utilizadas** quando o fornecedor coloca 30 pacotes em cada uma delas. Assim, podemos dizer que o total de pacotes dessa encomenda é:

$$\text{Total de Pacotes} = 30n \quad (1)$$

Quando reduzimos para 25 pacotes por caixa, o número de caixas utilizadas **umenta em 16 unidades**.

$$\text{Total de Pacotes} = 25 \cdot (n + 16) \quad (2)$$

Ora, o total de pacotes é o mesmo, de modo que **podemos igualar (1) e (2)**.

$$30n = 25 \cdot (n + 16)$$

$$30n = 25n + 400$$

$$5n = 400$$

$$n = 80$$

Para saber o total de pacotes, basta substituímos o **n** em qualquer uma das equações (1) ou (2).

$$\text{Total de Pacotes} = 30 \cdot 80 \quad \rightarrow \quad \text{Total de Pacotes} = 2.400$$

Gabarito: LETRA D.

24. (VUNESP/TJ-SP/2012) Usando, inicialmente, somente gasolina e, depois, somente álcool, um carro com motor flex rodou um total de 2600 km na pista de testes de uma montadora, consumindo, nesse percurso, 248 litros de combustível. Sabe-se que nesse teste ele percorreu, em média, 11,5 quilômetros



com um litro de gasolina e 8,5 quilômetros com um litro de álcool. Desse modo, é correto afirmar que a diferença entre a quantidade utilizada de cada combustível nesse teste foi, em litros, igual a

- A) 84.
- B) 60.
- C) 90.
- D) 80.
- E) 68.

Comentários:

Pessoal, esse carro rodou 2600 km. Imagine que **x quilômetros foram rodados com gasolina**. Depois, ele trocou para álcool e **rodou mais y quilômetros com álcool**. Com isso,

$$x + y = 2.600 \quad (1)$$

Ora, se ele roda **11,5 quilômetros com um litro de gasolina**, então o total de gasolina que ele gastou rodando os "x" quilômetros pode ser encontrado por meio de uma regra de três.

$$\begin{array}{ccc} 1 \text{ L} & \longleftrightarrow & 11,5 \text{ km} \\ g & \longleftrightarrow & x \end{array}$$

Podemos multiplicar cruzado.

$$11,5g = 1 \cdot x \quad \rightarrow \quad g = \frac{x}{11,5} \quad (2)$$

"g" representa a quantidade de gasolina que foi gasta para rodar os "x" quilômetros.

Analogamente, podemos determinar quanto de álcool foi utilizado para rodar os "y" quilômetros.

$$\begin{array}{ccc} 1 \text{ L} & \longleftrightarrow & 8,5 \text{ km} \\ a & \longleftrightarrow & y \end{array}$$

Multiplicando cruzado.

$$8,5a = 1 \cdot y \quad \rightarrow \quad a = \frac{y}{8,5} \quad (3)$$

O enunciado disse que **o total de combustível gasto foi de 248 L**. Logo,

$$g + a = 248 \quad (4)$$



Usando (2) e (3) em (4):

$$\frac{x}{11,5} + \frac{y}{8,5} = 248$$

Operando um pouco podemos encontrar:

$$8,5x + 11,5y = 248 \cdot 11,5 \cdot 8,5$$

$$8,5x + 11,5y = 24.242 \quad (5)$$

Galera, confesso que esses cálculos são chatinhos mesmo. Temos que ter um pouco de paciência e tempo para realizá-los na hora de uma prova (rsrs). É fogo! Vamos isolar x em (1) e depois substituir em (5):

$$x = 2600 - y$$

Substituindo em (5):

$$8,5 \cdot (2600 - y) + 11,5y = 24.242$$

$$22100 - 8,5y + 11,5y = 24.242$$

$$3y = 2.142 \quad \rightarrow \quad y = \frac{2.142}{3} \quad \rightarrow \quad y = 714$$

Pronto, determinamos que o trecho rodado com álcool foi de **714 km**. Agora, podemos substituir esse valor em (1) e encontrar "x".

$$x = 2600 - 714 \quad \rightarrow \quad x = 1886$$

Com "x" e "y" determinarmos, podemos descobrir **os volumes de gasolina e álcool que foram gastos**. Para isso, basta utilizarmos esses valores em (2) e em (3).

$$g = \frac{1886}{11,5} \quad \rightarrow \quad g = 164$$

$$a = \frac{714}{8,5} \quad \rightarrow \quad a = 84$$

Queremos a **diferença entre as quantidades utilizadas de cada combustível**. Assim,



$$\begin{aligned} \text{Diferença} &= g - a \\ \text{Diferença} &= 164 - 84 \\ \text{Diferença} &= 80 \end{aligned}$$

Gabarito: LETRA D.

25. (VUNESP/PREF. SÃO ROQUE/2020) O valor de R\$ 180,00 foi dividido entre Carlos, Renato e Alessandra, de modo que Alessandra recebeu o dobro do valor recebido por Carlos, e Renato recebeu R\$ 51,00. Sendo assim, o valor que Alessandra recebeu, comparado ao valor recebido por Renato, é maior em

- A) R\$ 34,00.
- B) R\$ 35,00.
- C) R\$ 36,00.
- D) R\$ 37,00.
- E) R\$ 38,00.

Comentários:

Galera, **180 reais foram divididos para 3 pessoas**. Pelo que dá para perceber, essa divisão não foi igualitária. Vamos dizer que a quantia recebida por **Alessandra seja A**, a quantia recebida por **Carlos seja C** e a quantia recebida por **Renato seja R**. Assim,

$$A + C + R = 180$$

No entanto, a própria questão já nos informa quanto Renato recebeu, que foi **R\$ 51,00**. Logo,

$$\begin{aligned} A + C + 51 &= 180 \\ A + C &= 129 \quad (1) \end{aligned}$$

Além disso, **Alessandra recebeu o dobro do valor de Carlos**.

$$A = 2C \quad (2)$$

(1) e (2) formam um sistema de duas equações e duas variáveis, podemos resolvê-lo. Nesse intuito, vamos **substituir (2) em (1)**.

$$2C + C = 129 \quad \Rightarrow \quad 3C = 129 \quad \Rightarrow \quad C = 43$$

Logo, **Carlos recebeu 43 reais** e **Alessandra** recebeu o dobro, **86 reais**. Quando comparamos o valor recebido por Alessandra (86 reais) e o valor recebido por Renato (51 reais), vemos que **Alessandra ficou com 35 reais a mais**.

Gabarito: LETRA B.



QUESTÕES COMENTADAS - VUNESP

Equação de Segundo Grau

1. (VUNESP/ISS-SANTO ANDRÉ/2024) Um grupo de amigos combinou de preparar uma festa. Cada amigo deveria levar dois pratos de iguarias, cada prato contendo um número de iguarias igual ao número de amigos do grupo subtraído de 8. Se o total de iguarias que foram levadas foi 1768, o algarismo das unidades do número de amigos desse grupo é

- A) 8.
- B) 7.
- C) 6.
- D) 5.
- E) 4.

Comentários:

Seja "A" o número de amigos.

Cada amigo deveria levar dois pratos de iguais, ou seja, teriam **2A pratos**.

Cada prato contém um número de iguais igual ao número de amigos subtraído de 8, ou seja, **A – 8 iguarias**. Dessa forma, como temos 2A pratos, teríamos um total de **2A(A – 8) iguarias**. O enunciado fala que essa quantidade **é igual a 1768**. Logo, podemos igualá-las.

$$2A(A - 8) = 1768$$

$$2A^2 - 16A - 1768 = 0$$

Simplificando tudo por 2:

$$A^2 - 8A - 884 = 0$$

Uma **equação de segundo grau**! Vamos resolvê-la por Bhaskara.

- Cálculo do Discriminante:

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-884) \rightarrow \Delta = 64 + 3536 \rightarrow \Delta = 3600$$

- Cálculo das Raízes



$$A = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow A = \frac{-(-8) \pm \sqrt{3600}}{2 \cdot 1} \rightarrow A = \frac{8 \pm 60}{2}$$

$$A' = \frac{8 + 60}{2} \rightarrow A' = \frac{68}{2} \rightarrow A' = 34$$

$$A'' = \frac{8 - 60}{2} \rightarrow A'' = \frac{-52}{2} \rightarrow A'' = -26$$

Como **o número de amigos só pode ser um número positivo**, a quantidade procurada é $A = 34$.

A questão pede para marcarmos o algarismo das unidades, ou seja, 4.

Gabarito: LETRA E.

2. (VUNESP/ISS-JAGUARIÚNA/2023) Um terreno retangular, com o comprimento 5 m maior que a largura, tem valor venal de R\$ 600.000,00. Sabendo que o valor por m² considerado para o cálculo do valor venal é de R\$ 1.200,00, é correto afirmar que a largura do terreno corresponde, do comprimento, a:

- A) 13/20
- B) 7/10
- C) 3/4
- D) 4/5
- E) 17/20

Comentários:

Seja "C" e "L" o comprimento e a largura do terreno, respectivamente.

Como o comprimento é **5 metros maior que a largura**, tem-se:

$$C = L + 5 \quad (1)$$

A **área** desse terreno, por ser retangular, é dada por:

$$A = CL$$

Como **o valor do metro quadrado é R\$ 1.200,00**, podemos escrever:

$$\frac{600000}{CL} = 1200 \rightarrow 12CL = 6000 \rightarrow CL = 500 \quad (2)$$



Para encontrar a largura, vamos usar (1) e (2):

$$(L + 5)L = 500 \quad \rightarrow \quad L^2 + 5L - 500 = 0$$

Opa! Uma equação de 2º grau! Para resolvê-la, vamos usar Bhaskara.

Passo 1: Calcular o Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-500) \quad \rightarrow \quad \Delta = 25 + 2000 \quad \rightarrow \quad \Delta = 2025$$

Passo 2: Encontrar as Raízes

$$L = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad L = \frac{-5 \pm \sqrt{2025}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad L = \frac{-5 \pm 45}{2}$$

$$L_1 = \frac{-5 + 45}{2} \quad \rightarrow \quad L_1 = \frac{40}{2} \quad \rightarrow \quad L_1 = 20$$

$$L_2 = \frac{-5 - 45}{2} \quad \rightarrow \quad L_2 = \frac{-50}{2} \quad \rightarrow \quad L_2 = -25$$

A **raiz negativa não tem significado para nós**, apenas a positiva! Sendo assim, a largura procurada é:

$$L = 20$$

Para encontrarmos o comprimento, basta usarmos esse resultado em (1):

$$C = 20 + 5 \quad \rightarrow \quad C = 25$$

Com outras palavras, a questão pede **a razão entre a largura e o comprimento**, ou seja:

$$R = \frac{L}{C} \quad \rightarrow \quad R = \frac{20}{25} \quad \rightarrow \quad \boxed{R = \frac{4}{5}}$$

Gabarito: LETRA D.

3. (VUNESP/PREF. MARÍLIA/2023) O transporte de 390 peças foi feito em caixas, cada caixa com o mesmo número de peças. Se o número de caixas utilizadas excedeu o número de peças por caixa em 11, o número de caixas utilizadas nesse transporte é um divisor de

A) 30.

B) 39.



- C) 50.
D) 65.
E) 78.

Comentários:

Seja "C" a quantidade de caixas. Como temos **390 peças**, o número de peças por caixas (p) é dado por:

$$p = \frac{390}{C}$$

Ainda, o enunciado diz que **o número de caixas utilizadas excedeu o número de peças por caixa (p) em 11.**

$$C = p + 11 \quad \rightarrow \quad C = \frac{390}{C} + 11$$

Podemos reescrever a expressão acima da seguinte forma:

$$C^2 = 390 + 11C$$

$$C^2 - 11C - 390 = 0$$

Uma equação de segundo grau! Para resolvê-la, vamos usar **Bhaskara**.

Passo 1: Calcular o Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = (-11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-390) \quad \rightarrow \quad \Delta = 121 + 1560 \quad \rightarrow \quad \Delta = 1681$$

Passo 2: Encontrar as Raízes

$$C = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad C = \frac{-(-11) \pm \sqrt{1681}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad C = \frac{11 \pm 41}{2}$$

$$C_1 = \frac{11 + 41}{2} \quad \rightarrow \quad C_1 = \frac{52}{2} \quad \rightarrow \quad C_1 = 26$$

$$C_2 = \frac{11 - 41}{2} \quad \rightarrow \quad C_2 = \frac{-30}{2} \quad \rightarrow \quad C_2 = -15$$

Pronto! **A raiz negativa não tem significado para nós**, afinal, não faz sentido uma quantidade negativa de caixas. Portanto, **nossa resposta é a raiz positiva.**



$$C = 26$$

A questão pede para saber de qual número 26 é um divisor. Dentre as alternativas, **26 é um divisor de 78**.

Gabarito: LETRA E.

4. (VUNESP/PREF. JAGUARIÚNA/2023) Em uma excursão, o custo de R\$ 2.400,00 com o transporte foi dividido igualmente entre os participantes, de modo que, numericamente, o valor pago por cada participante correspondeu a 20 unidades a mais do que o número de participantes. Sabendo-se que, além do transporte, cada participante ainda arcou com R\$ 12,00 pela alimentação, o valor total do custo da alimentação nessa excursão, foi de

- A) R\$ 480,00.
- B) R\$ 540,00.
- C) R\$ 600,00.
- D) R\$ 660,00.
- E) R\$ 720,00.

Comentários:

Considere que "p" seja o número de participantes.

Se o custo da excursão foi de R\$ 2.400,00, cada participante pagou:

$$q = \frac{2400}{p}$$

Como o valor pago por cada participante é 20 unidades a mais do que o número de participantes, temos:

$$q = 20 + p \quad \rightarrow \quad \frac{2400}{p} = 20 + p \quad \rightarrow \quad p^2 + 20p - 2400 = 0$$

Vamos usar Bhaskara para resolver essa equação.

Passo 1: Calcular o Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = 20^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2400) \quad \rightarrow \quad \Delta = 400 + 9600 \quad \rightarrow \quad \Delta = 10000$$

Passo 2: Encontrar as Raízes

$$p = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad p = \frac{-20 \pm \sqrt{10000}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad p = \frac{-20 \pm 100}{2}$$



$$p_1 = \frac{-20 + 100}{2} \rightarrow p_1 = \frac{80}{2} \rightarrow p_1 = 40$$
$$p_2 = \frac{-20 - 100}{2} \rightarrow p_2 = \frac{-120}{2} \rightarrow p_2 = -60$$

Mais uma vez, **a raiz negativa não tem significado para nós**. Não podemos ter um número de participantes negativos! Portanto, só nos interessa a raiz positiva.

Para descobrir o valor total do custo da alimentação, devemos multiplicar **o número de participantes pela quantia que cada um pagou pela alimentação**. Assim:

$$T = 12 \cdot 40 \rightarrow \boxed{T = 480}$$

Gabarito: LETRA A.

5. (VUNESP/PREF. SOROCABA/2023) Certo dia, em um centro de atletismo, 30 atletas do lançamento de disco foram divididos em dois grupos: iniciantes e experientes. Os atletas iniciantes eram em maior número e cada um deles fez 5 lançamentos. A soma de todos os lançamentos dos atletas iniciantes foi igual ao número de lançamentos que cada atleta experiente fez. Se nesse dia esses 30 atletas fizeram um total de 920 lançamentos, cada atleta experiente fez um número de lançamentos que está compreendido entre

- A) 70 e 80.
- B) 80 e 90.
- C) 90 e 100.
- D) 100 e 110.
- E) 110 e 120.

Comentários:

Seja I e E o número de atletas iniciantes e experientes, respectivamente.

Como são 30 atletas, podemos escrever:

$$I + E = 30 \quad (1)$$

Como **cada atleta iniciante fez 5 lançamentos**, então o número de lançamentos feito pelos iniciantes foi:

$$L_i = 5I \quad (2)$$



Ainda, seja "x" o **número de lançamentos realizados por cada atleta experiente**. O total de lançamentos realizados por eles é:

$$L_e = xE \quad (3)$$

De acordo com o enunciado, a soma de todos os lançamentos dos atletas iniciantes **foi igual** ao número de lançamentos que cada atleta experiente fez. Logo:

$$L_i = x \quad \rightarrow \quad x = 5I \quad (4)$$

Como **o total de lançamentos realizados foi de 920**, podemos escrever:

$$L_i + L_e = 920$$

Usando (2) e (3) na equação acima:

$$5I + xE = 920$$

Usando (4):

$$5I + (5I)E = 920$$

De (1):

$$5I + (5I)(30 - I) = 920$$

$$5I + 150I - 5I^2 = 920$$

Reorganizando:

$$5I^2 - 155I + 920 = 0$$

Dividindo tudo por 5 para **simplificar**:

$$I^2 - 31I + 184 = 0$$

Uma equação de segundo grau! Vamos usar Bhaskara.

Passo 1: Calcular o Discriminante



$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = (-31)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 184 \rightarrow \Delta = 961 - 736 \rightarrow \Delta = 225$$

Passo 2: Encontrar as Raízes

$$I = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow I = \frac{-(-31) \pm \sqrt{225}}{2 \cdot 1} \rightarrow I = \frac{31 \pm 15}{2}$$

$$I_1 = \frac{31 + 15}{2} \rightarrow I_1 = \frac{46}{2} \rightarrow I_1 = 23$$

$$I_2 = \frac{31 - 15}{2} \rightarrow I_2 = \frac{16}{2} \rightarrow I_2 = 8$$

Qual das duas raízes escolher?

Observe que o enunciado afirma que **o número de atletas iniciantes é maior**. Para que isso seja verdade, temos que ter:

$$I = 23$$

Por fim, para encontrar "x", usamos (4):

$$x = 5I \rightarrow x = 5 \cdot 23 \rightarrow \boxed{x = 115}$$

Note que **115 é um número compreendido entre 110 e 120**, conforme alternativa E.

Gabarito: LETRA E.

6. (VUNESP/IPSM-SJC/2022) Seja p a menor raiz da equação $2x^2 + x - 1 = 0$. Substituindo o valor de p na expressão $\frac{p^2 - 2p}{3p}$, obtém-se:

- A) $-1/3$
- B) -1
- C) 0
- D) 1
- E) $1/3$

Comentários:

Para encontrar a menor raiz, vamos usar Bhaskara.

$$2x^2 + x - 1 = 0$$



Passo 1: Calcular o Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) \rightarrow \Delta = 1 + 8 \rightarrow \Delta = 9$$

Passo 2: Encontrar as Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 2} \rightarrow x = \frac{-1 \pm 3}{4}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 3}{4} \rightarrow x_1 = \frac{2}{4} \rightarrow x_1 = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1 - 3}{4} \rightarrow x_2 = \frac{-4}{4} \rightarrow x_2 = -1$$

A questão fala que **p é a menor raiz!** Assim:

$$p = -1$$

Vamos usar o valor de p na expressão dada:

$$E = \frac{p^2 - 2p}{3p} \rightarrow$$

$$E = \frac{(-1)^2 - 2 \cdot (-1)}{3 \cdot (-1)} \rightarrow E = \frac{1 + 2}{-3} \rightarrow E = \frac{3}{-3} \rightarrow \boxed{E = -1}$$

Gabarito: LETRA B.

7. (VUNESP/CM POTIM/2021) Considere a equação do 2º grau:

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$

Se x_1 e x_2 são as raízes dessa equação e $x_1 > x_2$, então é verdadeiro que $\frac{x_1}{x_2}$ é igual a

- A) -4
- B) -3
- C) 3/2
- D) 2/3
- E) 3/4



Comentários:

Mais uma equação de segundo grau para resolver! Para isso, usaremos Bhaskara!

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$

Passo 1: Calcular o Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) \rightarrow \Delta = 9 + 16 \rightarrow \Delta = 25$$

Passo 2: Encontrar as Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 2} \rightarrow x = \frac{3 \pm 5}{4}$$

$$x_1 = \frac{3 + 5}{4} \rightarrow x_1 = \frac{8}{4} \rightarrow x_1 = 2$$

$$x_2 = \frac{3 - 5}{4} \rightarrow x_2 = \frac{-2}{4} \rightarrow x_2 = -\frac{1}{2}$$

Com o valor das raízes (note que devemos escrevê-las tais que $x_1 > x_2$), podemos encontrar a razão (k):

$$k = \frac{x_1}{x_2} \rightarrow k = \frac{2}{-\frac{1}{2}} \rightarrow \boxed{k = -4}$$

Gabarito: LETRA A.

8. (VUNESP/PREF. RIBEIRÃO PRETO/2021) O produto de um número ímpar positivo n pelo número ímpar subsequente resulta em um número que é 182 unidades maior do que n . Então, descobrindo n , verifica-se que é um número cuja soma de seus algarismos é igual a

- A) 2.
- B) 3.
- C) 4.
- D) 5.
- E) 6.

Comentários:

Vamos lá! Se " n " é um número ímpar positivo, então o próximo número ímpar é " $n+2$ ".

Como o produto desses números é **182 unidades maior que n** , podemos escrever:



$$n(n + 2) = n + 182$$

Desenvolvendo e organizando:

$$n^2 + 2n = n + 182 \quad \rightarrow \quad n^2 + n - 182 = 0$$

Passo 1: Calcular o Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-182) \quad \rightarrow \quad \Delta = 1 + 728 \quad \rightarrow \quad \Delta = 729$$

Passo 2: Encontrar as Raízes

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad n = \frac{-1 \pm \sqrt{729}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad n = \frac{-1 \pm 27}{2}$$

$$n_1 = \frac{-1 + 27}{2} \quad \rightarrow \quad n_1 = \frac{26}{2} \quad \rightarrow \quad n_1 = 13$$

$$n_2 = \frac{-1 - 27}{2} \quad \rightarrow \quad n_2 = \frac{-28}{2} \quad \rightarrow \quad n_2 = -14$$

Ora, como **n é um número ímpar e positivo**, só pode ser:

$$n = 13$$

O enunciado pede a soma dos algarismos de n.

$$S = 1 + 3 \quad \rightarrow \quad \boxed{S = 4}$$

Gabarito: LETRA C.

9. (VUNESP/PREF. RP/2021) O produto de dois números inteiros, positivos e consecutivos é igual a 210. A soma do dobro do menor número com a terça parte do maior é igual a

- A) 27.
- B) 29.
- C) 31.
- D) 33.
- E) 35.

Comentários:



Seja "x" um número inteiro e positivo. O seu consecutivo é "x+1".

A questão informa que o produto desses dois números é igual a 210. Assim:

$$x(x + 1) = 210$$

Desenvolvendo e organizando:

$$x^2 + x - 210 = 0$$

Para encontrar o valor de "x", precisaremos resolver essa equação de segundo grau.

Passo 1: Calcular o Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-210) \quad \rightarrow \quad \Delta = 1 + 840 \quad \rightarrow \quad \Delta = 841$$

Passo 2: Encontrar as Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{841}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad x = \frac{-1 \pm 29}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 29}{2} \quad \rightarrow \quad x_1 = \frac{28}{2} \quad \rightarrow \quad x_1 = 14$$

$$x_2 = \frac{-1 - 29}{2} \quad \rightarrow \quad x_2 = \frac{-30}{2} \quad \rightarrow \quad x_2 = -15$$

Como "x" deve ser positivo, só consideraremos a raiz positiva!

$$x = 14$$

O **menor número é 14** e o **maior número é 15** (consecutivo).

A enunciado pede a soma do **dobro do menor** número com a **terça parte do maior**.

$$E = 2 \cdot 14 + \frac{15}{3} \quad \rightarrow \quad E = 28 + 5 \quad \rightarrow \quad \boxed{E = 33}$$

Gabarito: LETRA D.



10. (VUNESP/PREF. JUNDIAÍ/2022) A soma de um número racional n com seu inverso multiplicativo $1/n$ resulta em 2,9. Então, descobrindo os dois n valores possíveis para n , verifica-se que o maior supera o menor em

- A) 2,5.
- B) 244.
- C) 2,3.
- D) 2,2.
- E) 2,1.

Comentários:

A questão fala que a soma de um número " n " com o seu inverso multiplicativo " $1/n$ " resulta em 2,9. Assim,

$$n + \frac{1}{n} = 2,9 \quad \rightarrow \quad \frac{n^2 + 1}{n} = 2,9 \quad \rightarrow \quad n^2 + 1 = 2,9n \quad \rightarrow \quad n^2 - 2,9n + 1 = 0$$

Vamos resolver essa equação **por Bhaskara!**

Passo 1: Calcular o Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \rightarrow \quad \Delta = (-2,9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 \quad \rightarrow \quad \Delta = 8,41 - 4 \quad \rightarrow \quad \Delta = 4,41$$

Passo 2: Encontrar as Raízes

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \rightarrow \quad n = \frac{-(-2,9) \pm \sqrt{4,41}}{2 \cdot 1} \quad \rightarrow \quad n = \frac{2,9 \pm 2,1}{2}$$

$$n_1 = \frac{2,9 + 2,1}{2} \quad \rightarrow \quad n_1 = \frac{5}{2} \quad \rightarrow \quad n_1 = 2,5$$

$$n_2 = \frac{2,9 - 2,1}{2} \quad \rightarrow \quad n_2 = \frac{0,8}{2} \quad \rightarrow \quad n_2 = 0,4$$

Logo, os valores possíveis de " n " são "2,5" e "0,4".

A questão pede a diferença entre esses dois valores (que é justamente quanto um supera o outro).

$$d = 2,5 - 0,4 \quad \rightarrow \quad \boxed{d = 2,1}$$

Gabarito: LETRA E.



11. (VUNESP/UFABC/2019) Considere a equação do segundo grau $3x^2 - 4x + q = 0$, na qual q representa um número inteiro. Sabendo-se que -3 é uma das raízes dessa equação, então o produto das duas raízes dessa equação é igual a

- A) -6.
- B) -13.
- C) 0.
- D) 7.
- E) 12.

Comentários:

Temos uma equação de segundo grau e uma de suas raízes. Ora, se **-3 é uma raiz**, então podemos usá-la na equação para determinar q .

$$3x^2 - 4x + q = 0 \Rightarrow 3 \cdot (-3)^2 - 4 \cdot (-3) + q = 0 \Rightarrow 27 + 12 + q = 0 \Rightarrow q = -39$$

Logo, nossa equação **possui a seguinte forma:**

$$3x^2 - 4x - 39 = 0$$

Para encontrar **o produto das duas raízes**, lembre-se que não precisamos encontrá-la, basta utilizarmos as **relações de Girard**. Para o produto, temos que

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = -\frac{39}{3} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = -13$$

Gabarito: LETRA B

12. (VUNESP/UNICAMP/2019) A equação $x^2 + 10x + 16 = 0$ tem duas raízes. Subtraindo-se a menor da maior, obtém-se o valor

- A) 6.
- B) 4.
- C) 2.
- D) -4.
- E) -6.

Comentários:

Questão que existe **aplicação direta da fórmula de Bhaskara** para encontrarmos as raízes. Temos que,

$$x^2 + 10x + 16 = 0$$



Com a equação, tiramos **os seguintes coeficientes**: $\begin{cases} a = 1 \\ b = 10 \\ c = 16 \end{cases}$

- Cálculo do discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 \Rightarrow \Delta = 100 - 64 \Rightarrow \Delta = 36$$

- Cálculo das raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 1} \Rightarrow x = \frac{-10 \pm 6}{2} \Rightarrow x_1 = -2 \text{ e } x_2 = -8$$

Assim, as duas raízes são -2 e -8 . Vamos **subtrair a menor da maior**.

$$Subt. = -2 - (-8) \Rightarrow Subt. = 6$$

Gabarito: LETRA A.

13. (VUNESP/PREF. OLÍMPIA/2019) Considere a equação $x^2 + 8x + 12 = 0$ de raízes x_1 e x_2 . Se x_1 é a raiz de menor valor, e x_2 a de maior valor, então a expressão $\frac{x_2 - x_1}{2}$ é igual a

- A) -2.
- B) -1.
- C) 1.
- D) 2.
- E) 4.

Comentários:

Questão que existe **aplicação direta da fórmula de Bhaskara** para encontrarmos as raízes. Temos que,

$$x^2 + 8x + 12 = 0$$

Com a equação, tiramos **os seguintes coeficientes**: $\begin{cases} a = 1 \\ b = 8 \\ c = 12 \end{cases}$

- Cálculo do discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 \Rightarrow \Delta = 64 - 48 \Rightarrow \Delta = 16$$

- Cálculo das raízes



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} \Rightarrow x = \frac{-8 \pm 4}{2} \Rightarrow x_1 = -6 \text{ e } x_2 = -2$$

Assim, **as duas raízes são -6 e -2**. Queremos o resultado da expressão $\frac{x_2 - x_1}{2}$.

$$E = \frac{x_2 - x_1}{2} \Rightarrow E = \frac{-2 - (-6)}{2} \Rightarrow E = \frac{-2 + 6}{2} \Rightarrow E = 2$$

Gabarito: LETRA D.

14. (VUNESP/PREF. VALINHOS/2019) Para realizar uma excursão, um grupo de 72 pessoas alugou alguns micro-ônibus, de modo que cada um deles transportará o mesmo número de pessoas. Sabendo que o número de pessoas por micro-ônibus é 8 vezes o número de micro-ônibus, então, o número de pessoas por micro-ônibus será

- A) 16.
- B) 20.
- C) 24.
- D) 28.
- E) 32.

Comentários:

Ok! Temos **72 pessoas que alugaram uma quantidade x** de micro-ônibus para levá-las em uma excursão. Como cada um transportará o mesmo número de pessoas, então a quantidade de pessoas por micro-ônibus é dada por:

$$n = \frac{72}{x} \quad (1)$$

O enunciado ainda diz que o número de pessoas por micro-ônibus é **8 vezes** o número de micro-ônibus, logo,

$$n = 8x \quad (2)$$

Duas equações e duas incógnitas. Um sistema que conseguimos resolver. Podemos usar (1) em (2).

$$8x = \frac{72}{x} \Rightarrow 8x^2 = 72 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

Como x representa a quantidade de micro-ônibus, então não há motivos para x ser negativo. Logo, **só vamos considerar o resultado positivo**, isto é, $x = 3$. Quando substituimos " x " em (1):



$$n = \frac{72}{3} \rightarrow n = 24$$

Gabarito: LETRA C.

15. (VUNESP/PREF. SJC/2019) No conjunto dos números reais, a equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, tem:

- A) somente uma raiz se $b^2 - 4ac = 0$
- B) duas raízes iguais se $b^2 - 4ac = 0$
- C) somente uma raiz se $b^2 - 4ac > 0$
- D) duas raízes distintas se $b^2 - 4ac < 0$
- E) somente uma raiz se $b^2 - 4ac < 0$

Comentários:

Sempre que a questão falar de número de raízes de uma equação de segundo grau, deveremos olhar o discriminante. Lembre-se do seguinte:

- Se o discriminante $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, então a equação terá **duas raízes reais distintas**.
- Se o discriminante $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, então a equação terá **duas raízes reais idênticas**.
- Se o discriminante $\Delta = b^2 - 4ac < 0$, então a equação **não** terá raízes reais.

Dessa forma, a única alternativa que **se encaixa nessas observações é a letra B**.

Gabarito: LETRA B.

16. (VUNESP/PREF. SERRANA/2019) Especialistas em segurança no trânsito apontam que a distância mínima D , em metros, necessária para que dois motoristas de habilidade média, conduzindo veículos que percorram, em sentidos opostos, uma mesma faixa de tráfego, possam evitar o choque frontal, recorrendo aos freios, pode ser obtida, de modo simplificado, pelo seguinte cálculo:

$$D = 2 \cdot (0,5V + 0,01V^2)$$

Na expressão indicada, V corresponde à velocidade máxima permitida, em km/h, que cada um dos veículos pode manter, no referido trecho, com V positivo. A distância mínima de 300 m, necessária para evitar o choque frontal, está associada a uma velocidade V igual a

- A) 60 km/h.
- B) 80 km/h.
- C) 100 km/h.



- D) 120 km/h.
E) 150 km/h.

Comentários:

Devemos **substituir** $D = 300$ e tentar resolver a equação de segundo grau. Dessa forma, conseguiremos encontrar a velocidade desejada.

$$300 = 2 \cdot (0,5V + 0,01V^2)$$

Simplificando por 2.

$$0,5V + 0,01V^2 = 150$$

Deixando no "jeitão" de uma equação de segundo grau.

$$0,01V^2 + 0,5V - 150 = 0$$

$$V^2 + 50V - 15000 = 0$$

Pronto, da equação acima, conseguimos tirar que $a = 1$, $b = 50$ e $c = -15000$.

- Cálculo do Discriminante (Δ)

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = 50^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15.000) \rightarrow \Delta = 2500 + 60000 \rightarrow \Delta = 62500$$

- Cálculo das Raízes

$$V = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow V = \frac{-50 \pm \sqrt{62500}}{2} \rightarrow V = \frac{-50 \pm 250}{2}$$

$$V' = \frac{-50 - 250}{2} \rightarrow V' = \frac{-300}{2} \rightarrow V' = -150$$

$$V'' = \frac{-50 + 250}{2} \rightarrow V'' = \frac{200}{2} \rightarrow V'' = 100$$

Como a velocidade negativa não faz sentido para o problema em estudo, podemos considerar como resposta apenas **o valor da raiz positiva**. Logo,

$$V = 100 \text{ km/h}$$



Gabarito: LETRA C.

17. (VUNESP/PREF. SJC/2018) Alguns aniversariantes comemoraram juntos seus aniversários e convidaram 15 amigos para uma festa. Cada convidado trouxe um presente para cada aniversariante. Cada aniversariante também trouxe um presente para cada outro aniversariante, mas não para si próprio. Se, no total, foram oferecidos 351 presentes, o número de aniversariantes era um número divisor de

- A) 20.
- B) 22.
- C) 24.
- D) 26.
- E) 28.

Comentários:

Vamos considerar que **x seja o número de aniversariantes**.

Se cada convidados trouxe um presente para cada um dos x aniversariante, então o total de presentes que os convidados trouxeram é dado por " $15x$ ".

Da mesma forma, **cada um dos aniversariantes trouxe um presente para os outros $x - 1$ aniversariantes**. O total de presentes que os x aniversariantes trouxeram é dado por " $x \cdot (x - 1)$ ".

O enunciado fala que **o total de presentes nessa festa foi de 351**. Assim,

$$15x + x(x - 1) = 351$$

Organizando a expressão para deixá-la no "jeitão" de uma **equação de segundo grau**.

$$x^2 + 14x - 351 = 0$$

Quando olhamos para a equação acima, tiramos que **$a = 1$, $b = 14$ e $c = -351$** .

- Cálculo do Discriminante (Δ)

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = 14^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-351) \rightarrow \Delta = 196 + 1404 \rightarrow \Delta = 1600$$

- Cálculo das Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{-14 \pm \sqrt{1600}}{2} \rightarrow x = \frac{-14 \pm 40}{2}$$



$$x' = \frac{-14 - 40}{2} \rightarrow x' = \frac{-54}{2} \rightarrow x' = -27$$

$$x'' = \frac{-14 + 40}{2} \rightarrow x'' = \frac{26}{2} \rightarrow x'' = 13$$

Pessoal, "**x**" **representa o número de aniversariantes**, ele **não pode ser um valor negativo**. Logo, podemos desconsiderar x' . Com isso, podemos dizer que o número de aniversariantes é igual a 13. Observe que **13 é um divisor de 26**, que está na alternativa D.

Gabarito: LETRA D.

18. (VUNESP/PREF. RIB. PRETO/2018) A equação $x^2 + 5x - 14 = 0$ tem duas raízes reais. Subtraindo-se a menor da maior obtém-se

- A) -9.
- B) -5.
- C) 5.
- D) 6.
- E) 9.

Comentários:

Questão bem direta, em que precisamos **aplicar a fórmula de Bhaskara** para encontrar as raízes. Quando olhamos para a equação do enunciado, podemos tirar que **$a = 1$, $b = 5$ e $c = -14$** .

- Cálculo do Discriminante (Δ)

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-14) \rightarrow \Delta = 25 + 56 \rightarrow \Delta = 81$$

- Cálculo das Raízes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{2} \rightarrow x = \frac{-5 \pm 9}{2}$$

$$x' = \frac{-5 - 9}{2} \rightarrow x' = \frac{-14}{2} \rightarrow x' = -7$$

$$x'' = \frac{-5 + 9}{2} \rightarrow x'' = \frac{4}{2} \rightarrow x'' = 2$$

É nesse ponto da resolução que alguns alunos podem errar. Precisamos **subtrair a menor DA maior**. Assim,



$$Dif = 2 - (-7) \rightarrow Dif = 2 + 7 \rightarrow Dif = 9$$

Gabarito: LETRA E.

19. (VUNESP/PREF. SERTÃOZINHO/2018) Em uma sala de aula havia 3 meninos a mais do que meninas. Cada menina escreveu um bilhete para cada menino e cada menino escreveu um bilhete para cada menina, num total de 176 bilhetes. O número de meninas nessa sala é um divisor de

- A) 24.
- B) 30.
- C) 36.
- D) 42.
- E) 50.

Comentários:

Seja M a quantidade de meninos e m a quantidade de meninas.

Como na sala de aula havia **3 meninos a mais do que meninas**, podemos escrever que:

$$M = m + 3 \quad (1)$$

Se cada uma das m meninas escreveu um bilhete pra cada um dos M meninos, então **o total de bilhetes escritos por elas é dado pelo produto " mM ".** Como os meninos fizeram a mesma coisa, **temos mais " mM " bilhetes escritos por eles.** Assim, como o enunciado falou que **o total de bilhetes foi 176**:

$$mM + mM = 176 \rightarrow 2mM = 176 \rightarrow mM = 88 \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2):

$$m(m + 3) = 88$$

Deixando no "jeitão" de uma equação de segundo grau:

$$m^2 + 3m - 88 = 0$$

Olhando a equação acima, podemos tirar que **$a = 1$, $b = 3$ e $c = -88$.**

- Cálculo do Discriminante (Δ)

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-88) \rightarrow \Delta = 9 + 352 \rightarrow \Delta = 361$$



- Cálculo das Raízes

$$m = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow m = \frac{-3 \pm \sqrt{361}}{2} \rightarrow m = \frac{-3 \pm 19}{2}$$

$$m' = \frac{-3 - 19}{2} \rightarrow m' = \frac{-22}{2} \rightarrow m' = -11$$

$$m'' = \frac{-3 + 19}{2} \rightarrow m'' = \frac{16}{2} \rightarrow m'' = 8$$

Ora, "m" representa o total de meninas, **esse número não pode ser negativo**. Por essa razão, vamos considerar apenas o resultado positivo. Logo, o total de meninas é igual 8. Como **8 é um divisor de 24**, podemos marcar a alternativa A.

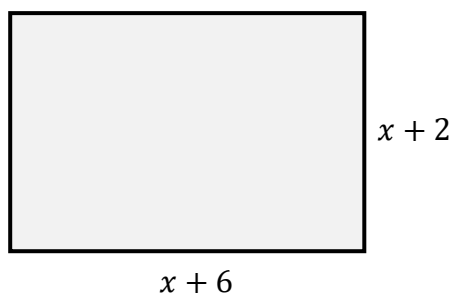
Gabarito: LETRA A.

20. (VUNESP/UNESP/2017) Um terreno retangular cujas medidas dos lados, em metros, são iguais a $(x + 2)$ e $(x + 6)$, tem 320 m^2 de área. A equação que permite calcular corretamente o valor de x é

- A) $x^2 - 8x + 308 = 0$.
- B) $x^2 + 6x - 268 = 0$.
- C) $x^2 + 6x + 322 = 0$.
- D) $x^2 + 8x - 308 = 0$.
- E) $x^2 + 8x + 312 = 0$.

Comentários:

Pessoal, o terreno que o enunciado fala tem o seguinte aspecto:



A área de um retângulo pode ser calculada pelo **produto de suas duas dimensões**. Assim,

$$(x + 6) \cdot (x + 2) = 320$$

$$x^2 + 6x + 2x + 12 = 320$$



$$x^2 + 8x - 308 = 0$$

Gabarito: LETRA D.



LISTA DE QUESTÕES - VUNESP

Equação de Primeiro Grau

1. (VUNESP/SBCPREV/2024) Em 2020, um hotel dispunha de 112 acomodações padrão e 40 acomodações de luxo. Após uma expansão, o hotel passou a contar com 65 novas acomodações, entre padrão e de luxo. Se após essa expansão a razão entre o número de acomodações de luxo e o número de acomodações padrão passou a ser $\frac{2}{5}$, o número de novas acomodações padrão oferecidas foi

- A) 21.
- B) 29.
- C) 37.
- D) 43.
- E) 55.

2. (VUNESP/CM-CAMPINAS/2024) Jorge e Rui são dois técnicos em transcrições e juntos transcreveram 40 documentos em um dia. Sabendo que o número de documentos transcritos por Jorge foi igual a $\frac{2}{3}$ do número de documentos transcritos por Rui, então, o número de documentos que Rui transcreveu a mais do que Jorge foi

- A) 12.
- B) 10.
- C) 9.
- D) 6.
- E) 8.

3. (VUNESP/CM-CAMPINAS/2024) Carina leu um livro em 3 dias. Na segunda-feira ela leu a terça parte do total de páginas do livro, na quarta-feira leu três quartos do número de páginas não lidas na segunda-feira, e, na sexta-feira, leu as 60 páginas que faltavam. O número de páginas lidas por Carina na quarta-feira foi igual a

- A) 150.
- B) 140.
- C) 170.
- D) 180.
- E) 160.

4. (VUNESP/ISS-SANTO ANDRÉ/2024) Uma livraria fez uma promoção para vender todos os 235 livros de determinado autor que tinha em estoque. Em 3 dias, todos os livros foram vendidos, de maneira que, no primeiro dia, foi vendido um quarto do total vendido nos outros dois dias, e, no segundo dia, foram vendidos 22 livros a mais do que no terceiro dia. O total de livros desse autor que foram vendidos no primeiro dia foi



- A) 47.
- B) 48.
- C) 49.
- D) 50.
- E) 51.

5. (VUNESP/ISS-SANTO ANDRÉ/2024) Uma empresa tem certo número de departamentos, e todos os funcionários da empresa participaram uma única vez de uma palestra sobre primeiros socorros. Essa palestra foi oferecida 5 vezes, e, na primeira vez, participaram 11 funcionários de cada departamento. A segunda palestra contou com a presença de 9 funcionários de cada departamento, e a terceira palestra, com 15 funcionários de cada departamento. Na quarta palestra, de metade dos departamentos, foram chamados 8 funcionários, e, da outra metade, 7 funcionários. A quinta palestra contou com a presença de todos os funcionários que ainda não tinham participado, num total de 175. Se a primeira palestra teve 21 funcionários a menos que a última, o total de funcionários dessa empresa é

- A) 630.
- B) 650.
- C) 700.
- D) 770.
- E) 820.

6. (VUNESP/ISS-SANTO ANDRÉ/2024) O *Tour de France* é uma competição anual de ciclismo realizada na França. Considerando um grupo de 500 ciclistas, no fim de 2018, alguns já tinham participado uma única vez do *Tour de France*, e os demais nunca participaram. No fim de 2021, entre os que já tinham participado até o fim de 2018, 20% participaram mais duas vezes nesse *Tour*, 35% participaram mais uma vez, e os demais não voltaram a participar. Considerando os que nunca tinham participado até o fim de 2018, 30 participaram uma primeira e única vez, 25% participaram em 2019 e 2020, e os demais continuaram sem participar dessa competição. Se no fim de 2021 a soma de todas as participações no *Tour* feitas por esses ciclistas era igual a 555, o número desses ciclistas que já tinham participado do *Tour* até o final de 2018 era

- A) 180.
- B) 200.
- C) 220.
- D) 240.
- E) 260.

7. (VUNESP/TCM-SP/2023) De um grupo de auditores de controle externo, cada um deles de uma única área, sabe-se que 20% são da área da Economia, 10% dos que não são da área da Economia são da área da Engenharia, e os demais, que corresponde a 180 agentes, são de outras áreas. Logo, o número de auditores de controle externo da área da Economia é

- A) 60.



- B) 55.
- C) 50.
- D) 45.
- E) 40.

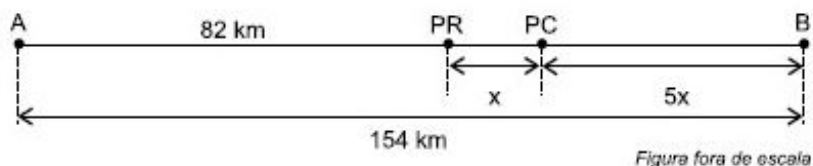
8. (VUNESP/CAMPREV/2023) Patrícia completou as 4 fases de um jogo eletrônico. Obteve um determinado número de pontos na primeira fase e, a cada fase seguinte completada, obteve o dobro do número de pontos obtidos na fase imediatamente anterior. Se, na quarta fase, ela obteve 120 pontos a mais que o número de pontos obtidos na terceira fase, então o número total de pontos obtidos por Patrícia, nesse jogo, foi igual a

- A) 600.
- B) 580.
- C) 500.
- D) 450.
- E) 400.

9. (VUNESP/PM-SP/2023) De acordo com dados publicados no site da Secretaria de Segurança Pública do Estado de São Paulo, com relação às “Ocorrências de Porte de Entorpecentes” no Estado, em 2022, pode-se concluir que adicionadas as ocorrências atendidas nos meses de setembro e de outubro, tem-se como total 2 264 ocorrências, e subtraídas as ocorrências atendidas no mês de setembro das atendidas no mês de outubro, tem-se 50 ocorrências. Sabendo-se que, para a mesma natureza de ocorrência, em agosto de 2022 foram atendidas 96 ocorrências a mais que as atendidas no mês de setembro desse mesmo ano, pode-se afirmar corretamente que o número de ocorrências de porte de entorpecentes atendidas, em agosto de 2022, foi igual a

- A) 1301.
- B) 1061.
- C) 1203.
- D) 1351.
- E) 1253.

10. (VUNESP/PREF. OSASCO/2022) A distância entre as cidades A e B é 154 km. Entre elas, há um posto da polícia rodoviária (PR) e um posto de combustíveis (PC), conforme mostra a figura.



Sabendo que a distância entre o posto de combustíveis e a cidade B é 5 vezes a distância entre o posto da polícia rodoviária e o posto de combustíveis, então a distância entre o posto de combustíveis e a cidade B é igual a



- A) 12 km.
- B) 24 km.
- C) 36 km.
- D) 48 km.
- E) 60 km.

11. (VUNESP/PM-SP/2022) De um valor total disponível em reais, a quarta parte foi destinada para o pagamento de um compromisso A; com a metade do que não foi utilizado para o compromisso A, pagou-se um compromisso B; e o restante, R\$ 187,50, foi depositado em um investimento. A diferença entre o que foi investido e o que foi destinado para o pagamento do compromisso A é de:

- A) R\$ 18,00.
- B) R\$ 62,50.
- C) R\$ 36,00.
- D) R\$ 54,50.
- E) R\$ 0,00.

12. (VUNESP/ALESP/2022) Meu irmão, que é 5 anos mais velho do que eu, falou que daqui a 3 anos a idade do nosso pai será o triplo das nossas duas idades somadas. Meu pai tinha 65 anos quando eu nasci. Daqui a 3 anos, quando isso acontecer, a minha idade somada com a idade do meu irmão será menor que a idade do nosso pai em um número de anos igual a

- A) 56.
- B) 52.
- C) 50.
- D) 46.
- E) 58.

13. (VUNESP/ALESP/2022) Carlos, Luciana e Jonas fizeram um total de 58 horas extras. Carlos fez uma hora extra a mais que a metade das que Luciana tinha feito. Jonas fez 4 horas extras a mais do que Carlos. O total das horas extras de Carlos e Jonas supera o número feito por Luciana em

- A) 7.
- B) 6.
- C) 4.
- D) 5.
- E) 3.

14. (VUNESP/TJ-SP/2018) No posto Alfa, o custo, para o consumidor, de um litro de gasolina é R\$ 3,90, e o de um litro de etanol é R\$ 2,70. Se o custo de um litro de uma mistura de quantidades determinadas desses dois combustíveis é igual a R\$ 3,06, então o número de litros de gasolina necessários para compor 40 litros dessa mistura é igual a

- A) 28.



- B) 20.
- C) 16.
- D) 24.
- E) 12.

15. (VUNESP/TJ-SP/2018) Um investidor adquiriu um terreno por R\$ 74.000,00. Algum tempo depois, o terreno foi vendido, e o lucro obtido pelo investidor foi igual a 20% do valor da venda. Se esse investidor conceitua lucro como sendo a diferença entre os valores de venda e de compra, então o lucro obtido por ele nessa negociação foi de

- A) R\$ 14.400,00.
- B) R\$ 15.870,00.
- C) R\$ 18.500,00.
- D) R\$ 16.600,00.
- E) R\$ 17.760,00.

16. (VUNESP/CMBP/2020) Um escritório comprou determinado número de caixas para arquivar processos antigos e quer colocar em cada uma delas o mesmo número de processos. Se forem colocados 30 processos em cada caixa, todas as caixas compradas serão utilizadas, mas se forem colocados 35 processos em cada caixa, 2 das caixas compradas não serão utilizadas. O número total de processos que serão arquivados nessas caixas é

- A) 400.
- B) 420.
- C) 440.
- D) 460.
- E) 480.

17. (VUNESP/FITO/2020) Um total de R\$ 4.800,00 será dividido entre Ângela, Beatriz e Cláudio, de modo que Beatriz receberá R\$ 100,00 a menos que Ângela, e Cláudio receberá R\$ 200,00 a mais que Beatriz. O valor que receberá Beatriz é de

- A) R\$ 1.200,00.
- B) R\$ 1.300,00.
- C) R\$ 1.400,00.
- D) R\$ 1.500,00.
- E) R\$ 1.600,00.

18. (VUNESP/TJ-SP/2018) Uma concessionária que vai recapear uma faixa de rolamento de uma pista em certa rodovia, em um trecho de x quilômetros, possui uma determinada quantidade y de balizadores refletivos disponíveis para a sinalização desse trecho e, com base nessa quantidade, constatou que, se colocar um número n de balizadores a cada quilômetro, precisará adquirir mais 40 unidades. Porém, se



colocar $(n - 4)$ balizadores a cada quilômetro, sobrarão 20 unidades. Se a razão x/y é de 3 para 52, nessa ordem, então a quantidade de balizadores disponíveis para sinalizar o trecho a ser recapeado é igual a

- A) 230.
- B) 260.
- C) 350.
- D) 280.
- E) 330.

19. (VUNESP/TJ-SP/2014) Certa empresa produz diariamente quantidades iguais do produto P. Se essa empresa usar três medidas iguais do componente A em cada unidade do produto final P, serão necessárias 480 dessas medidas para suprir a produção de P durante 2 dias. Se passar a usar 2,5 medidas de A em cada unidade de P, o número de medidas de A necessário para suprir a produção de P, durante 5 dias, será igual a

- A) 980.
- B) 1140.
- C) 1050.
- D) 1000.
- E) 1220.

20. (VUNESP/PREF. SÃO ROQUE/2020) Em um bazar da pechincha, foram vendidas 168 peças a R\$ 2,00 cada, 53 peças a R\$ 5,00 cada e roupas de festa a R\$ 10,00 cada. Sabendo-se que o valor total arrecadado nesse bazar foi de R\$ 1.071,00, a quantidade de roupas de festa vendidas foi

- A) 43 peças.
- B) 45 peças.
- C) 47 peças.
- D) 50 peças.
- E) 51 peças.

21. (VUNESP/TJ-SP/2014) Um grupo de pessoas participou da fase final de um concurso, sendo que, nesse grupo, o número de mulheres era igual a $\frac{3}{5}$ do número de homens. Sabe-se que, concluída a fase final, apenas $\frac{1}{5}$ do número de homens e $\frac{1}{3}$ do número mulheres foram aprovados, num total de 8 pessoas. O número de mulheres no grupo que iniciou a participação na fase final desse concurso era igual a

- A) 12.
- B) 15.
- C) 9.
- D) 18.
- E) 21.

22. (VUNESP/TJ-SP/2014) Um feirante compra mangas ao preço de R\$ 0,80 para cada duas unidades. Certo dia, ele vendeu 120 mangas ao preço de R\$ 6,60 para cada 6 unidades e n mangas ao preço de R\$ 4,50 para



cada 5 unidades. Se, nesse dia, o lucro obtido com a venda das mangas foi igual a R\$ 224,00, então o número total de mangas que o feirante vendeu, nesse dia, foi

- A) 320.
- B) 420.
- C) 280.
- D) 400.
- E) 480.

23. (VUNESP/TJ-SP/2013) Uma empresa comprou um determinado número de folhas de papel sulfite, embaladas em pacotes de mesma quantidade para facilitar a sua distribuição entre os diversos setores. Todo o material deverá ser entregue pelo fornecedor acondicionado em caixas, sem que haja sobras. Se o fornecedor colocar 25 pacotes por caixa, usará 16 caixas a mais do que se colocar 30 pacotes por caixa. O número total de pacotes comprados, nessa encomenda, foi

- A) 2200.
- B) 2000.
- C) 1800.
- D) 2400.
- E) 2500.

24. (VUNESP/TJ-SP/2012) Usando, inicialmente, somente gasolina e, depois, somente álcool, um carro com motor flex rodou um total de 2600 km na pista de testes de uma montadora, consumindo, nesse percurso, 248 litros de combustível. Sabe-se que nesse teste ele percorreu, em média, 11,5 quilômetros com um litro de gasolina e 8,5 quilômetros com um litro de álcool. Desse modo, é correto afirmar que a diferença entre a quantidade utilizada de cada combustível nesse teste foi, em litros, igual a

- A) 84.
- B) 60.
- C) 90.
- D) 80.
- E) 68.

25. (VUNESP/PREF. SÃO ROQUE/2020) O valor de R\$ 180,00 foi dividido entre Carlos, Renato e Alessandra, de modo que Alessandra recebeu o dobro do valor recebido por Carlos, e Renato recebeu R\$ 51,00. Sendo assim, o valor que Alessandra recebeu, comparado ao valor recebido por Renato, é maior em

- A) R\$ 34,00.
- B) R\$ 35,00.
- C) R\$ 36,00.
- D) R\$ 37,00.
- E) R\$ 38,00.



GABARITO

- | | | |
|------------|-------------|-------------|
| 1. LETRA D | 10. LETRA E | 19. LETRA D |
| 2. LETRA E | 11. LETRA B | 20. LETRA C |
| 3. LETRA D | 12. LETRA C | 21. LETRA A |
| 4. LETRA A | 13. LETRA B | 22. LETRA D |
| 5. LETRA D | 14. LETRA E | 23. LETRA D |
| 6. LETRA C | 15. LETRA C | 24. LETRA D |
| 7. LETRA C | 16. LETRA B | 25. LETRA B |
| 8. LETRA D | 17. LETRA D | |
| 9. LETRA C | 18. LETRA B | |



LISTA DE QUESTÕES - VUNESP

Equação de Segundo Grau

1. (VUNESP/ISS-SANTO ANDRÉ/2024) Um grupo de amigos combinou de preparar uma festa. Cada amigo deveria levar dois pratos de iguarias, cada prato contendo um número de iguarias igual ao número de amigos do grupo subtraído de 8. Se o total de iguarias que foram levadas foi 1768, o algarismo das unidades do número de amigos desse grupo é

- A) 8.
- B) 7.
- C) 6.
- D) 5.
- E) 4.

2. (VUNESP/ISS-JAGUARIÚNA/2023) Um terreno retangular, com o comprimento 5 m maior que a largura, tem valor venal de R\$ 600.000,00. Sabendo que o valor por m^2 considerado para o cálculo do valor venal é de R\$ 1.200,00, é correto afirmar que a largura do terreno corresponde, do comprimento, a:

- A) 13/20
- B) 7/10
- C) 3/4
- D) 4/5
- E) 17/20

3. (VUNESP/PREF. MARÍLIA/2023) O transporte de 390 peças foi feito em caixas, cada caixa com o mesmo número de peças. Se o número de caixas utilizadas excedeu o número de peças por caixa em 11, o número de caixas utilizadas nesse transporte é um divisor de

- A) 30.
- B) 39.
- C) 50.
- D) 65.
- E) 78.

4. (VUNESP/PREF. JAGUARIÚNA/2023) Em uma excursão, o custo de R\$ 2.400,00 com o transporte foi dividido igualmente entre os participantes, de modo que, numericamente, o valor pago por cada participante correspondeu a 20 unidades a mais do que o número de participantes. Sabendo-se que, além do transporte, cada participante ainda arcou com R\$ 12,00 pela alimentação, o valor total do custo da alimentação nessa excursão, foi de

- A) R\$ 480,00.



- B) R\$ 540,00.
- C) R\$ 600,00.
- D) R\$ 660,00.
- E) R\$ 720,00.

5. (VUNESP/PREF. SOROCABA/2023) Certo dia, em um centro de atletismo, 30 atletas do lançamento de disco foram divididos em dois grupos: iniciantes e experientes. Os atletas iniciantes eram em maior número e cada um deles fez 5 lançamentos. A soma de todos os lançamentos dos atletas iniciantes foi igual ao número de lançamentos que cada atleta experiente fez. Se nesse dia esses 30 atletas fizeram um total de 920 lançamentos, cada atleta experiente fez um número de lançamentos que está compreendido entre

- A) 70 e 80.
- B) 80 e 90.
- C) 90 e 100.
- D) 100 e 110.
- E) 110 e 120.

6. (VUNESP/IPSM-SJC/2022) Seja p a menor raiz da equação $2x^2 + x - 1 = 0$. Substituindo o valor de p na expressão $\frac{p^2 - 2p}{3p}$, obtém-se:

- A) $-1/3$
- B) -1
- C) 0
- D) 1
- E) $1/3$

7. (VUNESP/CM POTIM/2021) Considere a equação do 2º grau:

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$

Se x_1 e x_2 são as raízes dessa equação e $x_1 > x_2$, então é verdadeiro que $x_1 x_2$ é igual a

- A) -4
- B) -3
- C) $3/2$
- D) $2/3$
- E) $3/4$

8. (VUNESP/PREF. RIBEIRÃO PRETO/2021) O produto de um número ímpar positivo n pelo número ímpar subsequente resulta em um número que é 182 unidades maior do que n . Então, descobrindo n , verifica-se que é um número cuja soma de seus algarismos é igual a



- A) 2.
- B) 3.
- C) 4.
- D) 5.
- E) 6.

9. (VUNESP/PREF. RP/2021) O produto de dois números inteiros, positivos e consecutivos é igual a 210. A soma do dobro do menor número com a terça parte do maior é igual a

- A) 27.
- B) 29.
- C) 31.
- D) 33.
- E) 35.

10. (VUNESP/PREF. JUNDIAÍ/2022) A soma de um número racional n com seu inverso multiplicativo $1/n$ resulta em 2,9. Então, descobrindo os dois n valores possíveis para n , verifica-se que o maior supera o menor em

- A) 2,5.
- B) 244.
- C) 2,3.
- D) 2,2.
- E) 2,1.

11. (VUNESP/UFABC/2019) Considere a equação do segundo grau $3x^2 - 4x + q = 0$, na qual q representa um número inteiro. Sabendo-se que -3 é uma das raízes dessa equação, então o produto das duas raízes dessa equação é igual a

- A) -6.
- B) -13.
- C) 0.
- D) 7.
- E) 12.

12. (VUNESP/UNICAMP/2019) A equação $x^2 + 10x + 16 = 0$ tem duas raízes. Subtraindo-se a menor da maior, obtém-se o valor

- A) 6.
- B) 4.
- C) 2.
- D) -4.
- E) -6.



13. (VUNESP/PREF. OLÍMPIA/2019) Considere a equação $x^2 + 8x + 12 = 0$ de raízes x_1 e x_2 . Se x_1 é a raiz de menor valor, e x_2 a de maior valor, então a expressão $\frac{x_2 - x_1}{2}$ é igual a

- A) -2.
- B) -1.
- C) 1.
- D) 2.
- E) 4.

14. (VUNESP/PREF. VALINHOS/2019) Para realizar uma excursão, um grupo de 72 pessoas alugou alguns micro-ônibus, de modo que cada um deles transportará o mesmo número de pessoas. Sabendo que o número de pessoas por micro-ônibus é 8 vezes o número de micro-ônibus, então, o número de pessoas por micro-ônibus será

- A) 16.
- B) 20.
- C) 24.
- D) 28.
- E) 32.

15. (VUNESP/PREF. SJC/2019) No conjunto dos números reais, a equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, tem:

- A) somente uma raiz se $b^2 - 4ac = 0$
- B) duas raízes iguais se $b^2 - 4ac = 0$
- C) somente uma raiz se $b^2 - 4ac > 0$
- D) duas raízes distintas se $b^2 - 4ac < 0$
- E) somente uma raiz se $b^2 - 4ac < 0$

16. (VUNESP/PREF. SERRANA/2019) Especialistas em segurança no trânsito apontam que a distância mínima D , em metros, necessária para que dois motoristas de habilidade média, conduzindo veículos que percorram, em sentidos opostos, uma mesma faixa de tráfego, possam evitar o choque frontal, recorrendo aos freios, pode ser obtida, de modo simplificado, pelo seguinte cálculo:

$$D = 2 \cdot (0,5V + 0,01V^2)$$

Na expressão indicada, V corresponde à velocidade máxima permitida, em km/h, que cada um dos veículos pode manter, no referido trecho, com V positivo. A distância mínima de 300 m, necessária para evitar o choque frontal, está associada a uma velocidade V igual a

- A) 60 km/h.
- B) 80 km/h.
- C) 100 km/h.
- D) 120 km/h.



E) 150 km/h.

17. (VUNESP/PREF. SJC/2018) Alguns aniversariantes comemoraram juntos seus aniversários e convidaram 15 amigos para uma festa. Cada convidado trouxe um presente para cada aniversariante. Cada aniversariante também trouxe um presente para cada outro aniversariante, mas não para si próprio. Se, no total, foram oferecidos 351 presentes, o número de aniversariantes era um número divisor de

- A) 20.
- B) 22.
- C) 24.
- D) 26.
- E) 28.

18. (VUNESP/PREF. RIB. PRETO/2018) A equação $x^2 + 5x - 14 = 0$ tem duas raízes reais. Subtraindo-se a menor da maior obtém-se

- A) -9.
- B) -5.
- C) 5.
- D) 6.
- E) 9.

19. (VUNESP/PREF. SERTÃOZINHO/2018) Em uma sala de aula havia 3 meninos a mais do que meninas. Cada menina escreveu um bilhete para cada menino e cada menino escreveu um bilhete para cada menina, num total de 176 bilhetes. O número de meninas nessa sala é um divisor de

- A) 24.
- B) 30.
- C) 36.
- D) 42.
- E) 50.

20. (VUNESP/UNESP/2017) Um terreno retangular cujas medidas dos lados, em metros, são iguais a $(x + 2)$ e $(x + 6)$, tem 320 m^2 de área. A equação que permite calcular corretamente o valor de x é

- A) $x^2 - 8x + 308 = 0$.
- B) $x^2 + 6x - 268 = 0$.
- C) $x^2 + 6x + 322 = 0$.
- D) $x^2 + 8x - 308 = 0$.
- E) $x^2 + 8x + 312 = 0$.



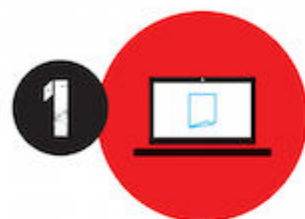
GABARITO

- | | | |
|------------|-------------|-------------|
| 1. LETRA E | 8. LETRA C | 15. LETRA B |
| 2. LETRA D | 9. LETRA D | 16. LETRA C |
| 3. LETRA E | 10. LETRA E | 17. LETRA D |
| 4. LETRA A | 11. LETRA B | 18. LETRA E |
| 5. LETRA E | 12. LETRA A | 19. LETRA A |
| 6. LETRA B | 13. LETRA D | 20. LETRA D |
| 7. LETRA A | 14. LETRA C | |



ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.